ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ
ПЕНЗЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Медведева С.Н.

ОПТИМИЗАЦИЯ ЭНЕРГОСИСТЕМ

Учебное пособие

ПЕНЗА 2005

Оптимизация Лекция №1 (дневное обучение)

План	*Содержание*
О рациональном управлении энергосистемой Параметры системы Параметры режима	Управление энергосистемой должно обеспечивать: • – необходимые значения параметров режима узловых точек; • – максимальную экономичность режима системы в целом; • – удовлетворение заказа потребителей как по надежности электроснабжения, так и по качеству электроэнергии. Управление производится за счет изменения состояния энергосистемы или параметров ее режима. Состояние ЭЭС определяется схемой системы, генераторным оборудованием, устройствами регулирования, устройствами автоматики и др., т.е. *параметрами системы* - это параметры конструктивных элементов энергетической системы (номинальные мощности генераторов, трансформаторов, синхронных компенсаторов, сечения и длины линий электропередачи, номинальные напряжения оборудования и т.д.). Параметры системы являются неуправляемыми, если речь идет об эксплуатации энергосистемы, однако они становятся управляемыми параметрами, когда мы говорим о развитии энергетических систем *Параметры режима* – это текущие значения показателей режима энергосистемы в конкретный момент времени. Параметры режима разделим на технологические и электрические. Примером технологических параметров служат уровни воды (напоры) ГЭС, открытия направляющих аппаратов гидротурбин, расход пара и охлаждающей воды на тепловой станции и т.д. Примеры режимных электрических параметров - это напряжения в отдельных точках сети, активные и реактивные нагрузки узлов, токи по линиям, коэффициенты трансформации трансформаторов и т.д Главным параметром управления является активная мощность ЭЭС. Она может изменяться за счет состава включенного генераторного оборудования на станциях и за счет его загрузки. Поэтому для электростанций введем понятия:
Установленная мощность	<u>*Установленная мощность*</u> энергосистемы $P_{уст}$ равна сумме установленных номинальных мощностей *P* электростанций всех типов: $P_{уст} = P_{ГЭС} + P_{КЭС} + P_{ТЭЦ} + P_{АЭС} + P_{ГТС} + P_{ГАЭС} + P_{пр}$. Здесь индексы означают: ГЭС - гидроэлектростанция, КЭС -тепловая конденсационная электрическая станция, ТЭЦ -теплоэлектроцентраль, АЭС - атомная электрическая станция, ГТС - газотурбинная станция, ГАЭС - гидроаккумулирующая электростанция, пр - прочие типы станций (приливные, геотермальные, ветровые, дизельные станции и другие, удельный вес которых еще очень невелик). Разделим обе части этого уравнения на $P_{уст}$ и введем обозначение $P_i / P_{уст} = P_{i*}$ тогда соотношение $$P_{ГЭС*} + P_{КЭС*} + P_{ТЭЦ*} + P_{АЭС*} + P_{ГТС*} + P_{ГАЭС*} + P_{пр*} = 1$$ определит структуру системы.

Рабочая мощность	<u>*Рабочая мощность электростанции*</u> $P_р$ меньше, чем установления $P_{уст}$, на величину мощности, выведенной в ремонт плановый или вынужденный $P_{р.п}$, $P_{р.в}$, в консервацию $P_к$, по причине технического перевооружения $P_{пв}$, а также на снижение мощности за счет ограничений, не зависящих от персонала $P_{ог}$. Итак, $$P_р = P_{уст} - P_{р.п} - P_{р.в} - P_к - P_{пв} - P_{ог} . \quad (1)$$ Отношение рабочей мощности к установленной называется <u>*коэффициентом эффективности использования установленной мощности электростанции*</u> (агрегата или энергосистемы): $$K_{эф} = P_р / P_{уст}$$ Подставив в (1) и разделив почленно, получим $K_{эф} = 1 - P_{р.п*} - P_{р.в*} - P_{к*} - P_{пв*} - P_{ог*}$. Рабочую мощность за рабочий день можно определить иначе - как сумму мощностей станции в период прохождения максимума нагрузки $P_{наг}$ и резерва (холодного и вращающегося) $P_{рез}$. Тогда коэффициент эффективности $$K_{эф} = \frac{P_{наг} + P_{рез}}{P_{уст}} .$$ Коэффициент эффективности для электростанций определяется для конкретного интервала времени. Он всегда меньше единицы и характеризует реальные возможности участия той или иной станции в балансе мощности. Для увеличения эффективности надо ускорить проведение ремонтов, не допускать аварийного отключения агрегатов (снижать $P_{р.в}$), добиваться снятия технических ограничений, которые зависят от усилий персонала станции
Процесс	Переход системы из одного состояния в другое называется процессом. Он происходит под действием сигналов управления или внешних возмущений. Зафиксированное состояние энергосистемы можно уподобить моментальной фотографии непрерывного процесса ее работы. Предполагается, что поведение системы можно достаточно полно охарактеризовать набором таких фотографий - состояний системы. Обычно выбирают характерные состояния: режим нормального рабочего дня, максимальный, минимальный, послеаварийный режимы и т.д
Типовые задачи установившегося режима	Для нормальных режимов наиболее характерными являются следующие задачи: – составление балансов мощности и энергии; – определение перетоков мощности между энергосистемами; – выбор состава работающих агрегатов на электростанциях;

	– распределение нагрузки потребителей между агрегатами, стан-

	циями, энергосистемами, объединениями; – выбор эксплуатационной схемы электрической сети; – расчет потокораспределения и напряжения в электр. сети; – выбор и размещение оперативных резервных мощностей в ЭЭС; – регулирование частоты; – регулирование напряжения; – настройка систем автоматики и релейной защиты; – распределение топливных ресурсов; – регулирование стока водохранилищами ГЭС; – планирование ремонтов; – определение технико-экономических показателей. Приведенный перечень является далеко не полным, причем в каждой из перечисленных задач имеется множество подзадач.
Особенности задач ЭЭ	– системы ЭЭ – «большие системы» – системы реального времени – системы большой протяженности – параметры и характеристики различного типа (разный уровень напряжения, разного типа электростанции, показатели качества..)
Декомпозиция задач ЭЭ *Иерархия в пространстве* *Иерархия во времени*	Для практического решения задач ЭЭ применяют методы декомпозиции общих задач на ряд более простых и взаимосвязанных подзадач. Декомпозиция осуществляется на основе иерархических принципов. В то же время при декомпозиции возникает потребность в укрупнении (эквивалентировании) частей схемы. Здесь требуется агрегатирование (сбор, композиция) информации. Рассмотрим виды иерархии и соответствующие уровни декомпозиции задач типа задачи распределения нагрузки в энергосистеме. Иерархия в пространстве имеет 4 уровня, отсюда и 4 модификации задач. *Первый* – распределение нагрузок между объединениями ЕЭС РФ, определение режима межсистемных электропередач и графиков нагрузок отдельных энергосистем. Применяется эквивалентирование эл. сетей. *Второй* – распределение нагрузок между энергосистемами объединения и крупными электростанциями. Эквивалентирование. *Третий* – распределение нагрузок между станциями РЭС, расчеты режимов эл. сетей. Эквивалентирование. Четвертый – распределение нагрузок между агрегатами электростанций. Эквивалентирование не применяется. Все уровни взаимосвязаны. Для любого нижнего уровня нагрузки станции, перетоки мощности задаются из условий, полученных на более высоком уровне. В то же время эквивалентирование Эл. схем производится с учетом техн. Характеристик агрегатов, элементов и узлов энергетической системы, определяемых на нижних уровнях. – 3 уровня, 3 задачи. 1) Составление долгосрочных планов (от 1 месяца) с определением прогнозируемых характерных графиков нагрузки. Многие детальные свойства системы опускаются. Цель расчетов – определить те

	режимы, которые необходимы для планирования технических и хозяйственных мероприятий в системе.

	2) Составление краткосрочных планов (от суток до месяца) с определением графиков нагрузок ЕЭС, ОЭС, РЭС и отдельных электростанций. Учитываются все характеристики и свойства системы. Полученные графики нагрузок и обеспечивают в норм. условиях экономичность работы энергосистемы. Однако ввиду вероятностного характера нагрузок потребителей плановый режим может корректироваться, причем при коррекции роль факторов надежности важнее факторов экономичности. Коррекция осуществляется на третьем шаге. 3) регулирование мощностей электростанций в текущем режиме, т. е. в темпе протекающих в энергетике процессов. При этом применяется автоматическое регулирование частоты и активной мощности, напряжения и реактивной мощности, перетоков по линиям связи., производится оперативное управление режимом энергосистемы, коммутацией сетей, выводом оборудования в ремонт и др.
Ситуативная иерархия	Позволяет отдельно рассматривать задачи расчета параметров в нормальных, аварийных и послеаварийных условиях работы системы. Естественно, что в аварийных режимах условия экономичности не принимаются во внимание, главное – обеспечение надежности электроснабжения и получение энергии нормируемого качества.
О полученном результате	Разделение задачи на подзадачи существенно упрощает алгоритм решения, упрощает расчеты, снижает порядок решаемых задач. Но нельзя не помнить, что все процессы в энергосистеме взаимосвязаны и получаемые при декомпозиции решения должны быть проанализированы, т.е. к результатам нужно относиться критически. Во многом получаемые решения могут приниматься как оценочные.
Оперативная координация взаимодействия подсистем энергетики	Как при постановке задач, так и при анализе решения требуется выполнять координацию работы подсистем. Координацию можно выполнять двумя способами: задавая межсистемные перетоки (координация по перетоку мощности) и по цене энергоресурса каждой подсистемы путем развязывания взаимодействия. Координация по перетоку мощности осуществляется путем задания графика межсистемных перетоков между отдельными подсистемами по ВЛ. Координация путем развязывания взаимодействий осуществляется на основе управления тарифами на электроэнергию. Такой способ весьма перспективен, но в России пока не применяется. Рассмотрим объединение двух энергосистем: дефицитной и избыточной. Каждая энергосистема имеет собственную выработку электроэнергии $Э_с$. Дефицитная энергосистема покупает у избыточной электроэнергию по контракту $Э_к$. Тариф на эту энергию должен покрывать расходы на ее производство и передачу. Кроме того, может появиться надобность в дополнительных поставках электроэнергии: экономические (для более эффективной работы энергосистемы) $Э_э$,

	Внеплановые, вызванные остановками оборудования, $Э_д$ и авариями $Э_а$. Отдельно учитываются необъявленные обмены $Э_н$ – разность между диспетчерской и фактической выработкой энергии.

	Тогда Э=$Э_с$±$Э_к$±$Э_д$±$Э_а$±$Э_н$ Различные виды энергии оплачиваются по разному: самая дешевая контрактная, потом экономическая, потом дополнительная, аварийная. По особому тарифу оплачивается необъявленная энергия. Только контрактная оплачивается по жесткому тарифу, остальные – по плавающему. В таких условиях система заинтересована в точном определении потребности в электроэнергии. Стимулируется необходимость наилучшим способом использовать собственные ресурсы энергосистемы.
Оптимальность решения	При решении любой задачи требуется получить наилучший (или оптимальный) результат. В такой постановке задачи, т.е. как задачи оптимизации возникают три проблемы: формирование критерия оптимальности, адекватное формализованное представление объекта или процесса, т.е. построение математической модели и выбор метода решения, т.е. способа реализации математической модели. Первые две из этих проблем требуют абсолютного понимания смысла задачи, а последняя также и глубоких знаний в области математики, называемой математическим программированием.
Баланс мощности *активной*	В любой оптимизационной задаче в качестве уравнений-ограничений составляется баланс мощности. В энергосистеме в любой момент времени соблюдается баланс активных мощностей. Баланс мощности в момент *t* имеет вид $\sum\limits_i P_{\text{ген}it} = \sum\limits_j P_{jt} + \sum\limits_i \pi_{jt}$, где слева – суммарная мощность генераторов; первое слагаемое – суммарная нагрузка потребителей; второе – потери мощности в сети и мощности собств.нужд станций. Правая часть уравнения - потребность (или нагрузка), левая - покрытие (или генерация). Нарушение баланса активной мощности приводит к отклонению частоты, т.е. к нарушению качества эл. Энергии. *Потребность:* 1) совмещенный максимум нагрузки энергосистемы; 2) передача мощности в другие системы; 3) необходимый резерв; 4) потери мощности; 5) потребная мощность электростанций (1+2+3+4) *Покрытие:* 6) суммарная установленная мощность электростанций; 7) ограничение мощности (или системные ограничения); 8) располагаемая мощность электростанций (6-7); 9) получение мощности из других систем; 10) покрытие (8 + 9); 11) избыток (+) или дефицит (-) мощности (10-5).

реактивной	Аналогично балансу активной мощности в энергосистемах должен соблюдаться баланс реактивной мощности, который влияет на уровни напряжения:

	$\sum\limits_i Q_{\text{ген}it} + \sum\limits_j Q_{\text{ку}j} + \sum\limits_j Q_{\text{лэ}j} = \sum\limits_j Q_{\text{п}j} + \sum\limits_i q_{j\text{п}}$, где слева последовательно реактивная мощность генераторов электростанций, мощность компенсирующих устройств, мощность, вырабатываемая емкостной составляющей на ЛЭП; справа – реактивная мощность потребителей и потери реактивной мощности. В отличие от активной избыток реактивной мощности в одной части (районе) энергосистемы не всегда может компенсировать недостаток в другой части.
Баланс энергии	Кроме баланса мощности при планировании режима на предстоящий интервал времени *t* составляет баланс энергии. Он определяет предстоящий расход топлива в системе
	Рассмотрение отдельных задач
Распределение нагрузки энергосистем	В общем случае задача распределения нагрузки сложна, что определяется большими масштабами энергетики, большим различием технических, экономических и режимных характеристик отдельных элементов ЭЭС, влиянием энергетики на другие отрасли народного хозяйства. Для создания практических методов расчета производится декомпозиция общей задачи на ряд более простых и взаимосвязанных подзадач с помощью рассмотренной нами ситуативной и временной иерархии, а также иерархии по уровням в пространстве (между объединениями ЕС РАО, энергосистемами, между станциями РЭС, агрегатами электростанций). Рассмотрим ряд задач наивыгоднейшего распределения нагрузок в условиях нормальной эксплуатации.
Распределение нагрузки между ТЭС	**Пусть** имеется концентрированная тепловая энергосистема, в которой все станции работают на одну общую нагрузку. Сеть радиальная, напряжения в узлах станций известны и постоянны, распределение активных нагрузок не влияет на распределение реактивных. **Задача**: найти наивыгоднейшее распределение нагрузки с учетом потерь активной мощности в сети. Будем считать, что система имеет *i* = 1, *2,..., n* тепловых электростанций, для которых известны расходные характеристики $B_i(P_{Ti})$ и суммарная нагрузка $P_н$. Уравнение цели $B = B_1(P_{T1}) + B_2(P_{T2}) + \ldots + B_n(P_{Tn}) \Rightarrow \min$ Ограничения – балансовые уравнения мощности $\sum\limits_i P_{Ti} - P_{\text{н}} - \pi = 0$, где π –сумм. мощности акт. потерь. Функция Лагранжа:

	$\Phi = B_1(P_{T1}) + B_2(P_{T2}) + \ldots + B_n(P_{Tn}) + \lambda\left(\sum\limits_i P_{Ti} - P_{\text{н}} - \pi\right)$ Т.к. выражение в скобках =0, то минимум функции Лагранжа и ЦФ

совпадают.

Дифференцируем и приравниваем нулю частные производные

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{\partial \Phi}{\partial P_{T1}} = \frac{\partial B_1}{\partial P_{T1}} + \lambda\left(1 - \frac{\partial \pi}{\partial P_{T1}}\right) = 0 \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
&\frac{\partial \Phi}{\partial P_{Tn}} = \frac{\partial B_n}{\partial P_{Tn}} + \lambda\left(1 - \frac{\partial \pi}{\partial P_{Tn}}\right) = 0
\end{aligned}\right\},$$

откуда $\dfrac{\dfrac{\partial B_1}{\partial P_{T1}}}{1 - \dfrac{\partial \pi}{\partial P_{T1}}} = \ldots = \dfrac{\dfrac{\partial B_n}{\partial P_{Tn}}}{1 - \dfrac{\partial \pi}{\partial P_{Tn}}}$

Введем обозначения $b_i = \dfrac{\partial B_i}{\partial P_{Ti}}$ – относительный прирост расхода топлива электростанций, который показывает, как изменится расход топлива *i*-й станции, если ее нагрузка изменится на величину ∂P_{Ti};

$\sigma_i = \dfrac{\partial \pi}{\partial P_{Ti}}$ – относительный прирост потерь активной мощности в сетях, т.е. величина, показывающая, насколько изменятся потери в сетях, если мощность только *i*-й станции изменится на ∂P_{Ti}.

Применяя эти обозначения, получаем условия наивыгоднейшего распределения нагрузки

$$\mu = \frac{b_i}{1 - \sigma_i} = \text{idem}. \qquad (1)$$

При выполнении условия (1) минимум, а не максимум ЦФ обеспечивается, если вторые производные от расходных характеристик по мощности неотрицательны, т.е.

$$\frac{\partial^2 B_i}{\partial^2 P_{Ti}} \geq 0 \quad \text{или} \quad \frac{\partial b_i}{\partial P_{Ti}} \geq 0$$

Это означает, что характеристики относительных приростов электростанций должны быть монотонно возрастающими.

Выясним физический смысл условия (1). Для этого запишем его в конечных разностях и умножим числитель и знаменатель на ΔP_T,

т.е. $\dfrac{\dfrac{\Delta B}{\Delta P_T} \cdot \Delta P_T}{\left(1 - \dfrac{\Delta \pi}{\Delta P_T}\right) \cdot \Delta P_T} = \dfrac{\Delta B}{\Delta P_T - \Delta \pi} = \dfrac{\Delta B}{\Delta P_н} = \text{idem}.$

Из этого следует, что при наивыгоднейшем распределении нагрузки прирост расхода топлива ΔB на прирост активной мощности $\Delta P_н$ у потребителя должен быть одинаковым для всех электростанций.

Чтобы учесть потери мощности в сети даже для простой схемы, нужно решить систему уравнений установившегося режима. Для реальных систем, имеющих замкнутые контуры, большое число узлов такая задача сложна, зачастую сложнее задачи распределения нагрузки. Поэтому во многих случаях потери в сети учитываются приближенно в виде поправок к характеристикам станций.

Без учета потерь активной мощности в сети

Такая задача характерна для распределения нагрузки между агрегатами электростанции, чем для энергосистемы. Однако для энергосистем с высокой степенью концентрации мощности такая постановка также возможна, так как неучет потерь мощности в сетях не приводит к большим погрешностям.

При неучете потерь активной мощности, т.е. при $\Delta \pi = 0$, условие наивыгоднейшего распределения нагрузки имеет вид

$$b_i = \text{idem}. \qquad (2)$$

Оптимальный режим соответствует равенству относительных приростов станций.

Полученное условие (2) сохраняется для гидроагрегатов, турбин и котлов ТЭС.

Если каждая электростанция работает на разном топливе, которое имеет разную цену $u_т$ в рублях за тонну условного топлива, то условие оптимизации приобретает вид:

$$b_i u_{Ti} = \text{idem}.$$

Это приводит к большей нагрузке станций, работающих на дешевом топливе, и разгрузке станции на дорогом топливе.

Охрана окружающей среды и оптимальные режимы нагрузки

При планировании и управлении режимами систем энергетики приходится учитывать влияние энергетики на окружающую среду. С учетом этого может оказаться целесообразной, например, разгрузка электростанций, расположенных в центре больших городов ниже оптимальных величин, если они выбрасывают в атмосферу значительное количество вредных веществ, а погодная обстановка (направление ветра или его отсутствие, выпадение осадков и др.) оказывается особенно неблагоприятной для здоровья населения города. Естественно, что разгрузка производится за счет догружения менее экономичных станций, что увеличит затраты.

При сжигании топлива ценой $u_т$ руб/т, общие затраты, связанные с его сжиганием и с ущербом для окружающей среды

$$И_{т}=B\left(u_{т}+У_{з}+У_{с}+У_{а}+У_{в}+У_{вд}+У_{пр}\right).$$

Здесь У – ущерб от выброса соответственно золы, серы, азота, ванадия, нагретой или грязной воды, прочие ущербы.

Любая составляющая ущерба пропорциональна количеству расхода топлива, т.е. можно записать

$$И_{т}=Bu_{т}k_{э},$$

где $k_{э}$ – коэффициент пересчета цены топлива с учетом его вредного воздействия на природу.

Отметим, что в определении удельного ущерба от вредного выброса есть много сложностей и спорных моментов. Еще в большей степени это относится к учету местных климатических и экономико-географических фактов. В большинстве случаев численные оценки этих величин находятся экспертным путем.

Зная значение издержек от выброса вредных веществ на 1 т топлива, и приближенно считая ее независимой от режима работы энергоустановки, можно получить уравнение оптимального управления режимом распределения нагрузки в виде

$$b_i u_{т} k_{э}=\text{idem} \qquad (3)$$

Уравнение справедливо для выпуклой задачи. Считается, что снижение загрязнения достигается лишь перераспределением нагрузки. Однако, выброс, например, оксидов азота существенно зависит от организации рециркуляции газов, и подавление выбросов этих веществ влияет на КПД блока. Для оптимального распределения нагрузки следует учитывать изменение расходной характеристики агрегата.

По каждому виду вредных веществ существуют предельно допустимые нормы выбросов в атмосферу. Это может накладывать дополнительные ограничения в работе электростанции на грязном топливе, т.е. усложняется математическая модель системы.

Распределение нагрузки в энергосистеме с ГЭС и ТЭС

Для смешанной энергосистемы задача наивыгоднейшего распределения нагрузки делится на две различные задачи.

Первая – оптимизация длительных режимов системы. В этой задаче для всего цикла регулирования ГЭС находится наивыгоднейшее распределение нагрузки между станциями системы и определяется режим использования водноэнергетических ресурсов водохранилищ. Последнее и является целью расчетов. Определяются календарные графики сработки и заполнения водохранилищ всех гидростанций системы. Это особые задачи, и они в нашем курсе либо не будут рассматриваться вообще, либо на последних лекциях, исходя из наличия времени.

Вторая – оптимизация краткосрочных режимов, или наивыгоднейшее распределение нагрузки в смешанной системе для суточного или меньшего периода оптимизации. Вторая задача и будет здесь рассматриваться. Ограничения по речному стоку определяются при решении первой задачи

При постоянстве напора ГЭС

Допустим, что в системе имеется одна эквивалентная тепловая электростанция и $j=\alpha,\beta,..,\gamma$ гидростанций. Каждая гидростанция за период *T* может израсходовать определенное количество энергоресурса (стока). Задача заключается в том, чтобы в каждом расчетном интервале всего периода *T* получить наивыгоднейшее распределение нагрузки между станциями.

Уравнение цели (ЦФ): $B=\sum_{t=1}^{k}B_t\Delta\tau_t \Rightarrow \min$

Расход топлива эквивалентной тепловой станции B_t зависит от того, с какой мощностью она будет работать на интервале времени $t=1,2,...,k$ длительностью $\Delta\tau_t$, а следовательно, от мощности ГЭС.

Уравнения ограничений. Для каждого расчетного интервала имеется балансовое уравнение мощностей (всего *k* уравнений):

$$W_{Pt}=\left(P_{Тt}+P_{\alpha t}+P_{\beta t}+P_{\gamma t}\right)-P_t-\pi_t=0.$$

Для каждой гидростанции задается ограничение по стоку (всего *j* уравнений)

$$W_j=W_{Qj}-\sum_{t=1}^{k}Q_{jt}\Delta\tau_t=0.$$

Условные обозначения: P_t – нагрузка системы; $P_{Тt}$ – мощности ТЭС; $P_{\alpha t}$..., $P_{\gamma t}$ – мощности ГЭС; π_t – потери активной мощности в сетях; $W_j=W_{Q\alpha},W_{Q\beta},...$ – заданные ограничения стока; Q_{jt} – расход воды ГЭС.

Функция Лагранжа принимает вид

$$Ф=\sum_{t=1}^{k}B_t+\sum_{t=1}^{k}\lambda_t W_{Pt}+\sum_{j=\alpha}^{\gamma}\lambda_j W_j.$$

Неизвестными величинами являются мощности одной ТЭС и *j* ГЭС в каждом расчетном интервале *t*, всего $t(j+1)$ неизвестных мощностей. Неизвестны также множители Лагранжа: *t* множителей λ_t и *j* множителей λ_j. Т. Е. число неизвестных $jt+2t+j$, необходимо составить $jt+2t+j$ уравнений.

Дифференцируем функцию Лагранжа по всем неизвестным.

Производные по мощности ТЭС имеют вид

$$\frac{\partial Ф}{\partial P_{Tt}}=\frac{\partial B_t}{\partial P_{Tt}}+\lambda_t\left(1-\frac{\partial \pi_t}{\partial P_{Tt}}\right)=0$$

или для разных интервалов времени

$$-\lambda_1=\frac{b_1}{1-\sigma_1};\quad -\lambda_2=\frac{b_2}{1-\sigma_2}...$$

Находим производные по мощности ГЭС, считаем, что прямой зависимости расходной характеристики ТЭС от мощности ГЭС нет. Получаем уравнения

$$\frac{\partial \Phi}{\partial P_{jt}}=\lambda_t\left(1-\frac{\partial \pi_t}{\partial P_{jt}}\right)+\lambda_j\frac{\partial Q_{jt}}{\partial P_{jt}}=0,$$

из которых получим

$$-\lambda_1=\frac{\lambda_\alpha q_{\alpha 1}}{1-\sigma_{\alpha 1}}=\frac{\lambda_\beta q_{\beta 1}}{1-\sigma_{\beta 1}}=...;\quad -\lambda_2=\frac{\lambda_\alpha q_{\alpha 2}}{1-\sigma_{\alpha 2}}=\frac{\lambda_\beta q_{\beta 2}}{1-\sigma_{\beta 2}}=...$$

Обобщая уравнения для ТЭС и ГЭС, получаем условия оптимизации

$$\begin{cases}-\lambda_1=\dfrac{b_1}{1-\sigma_{T1}}=\lambda_\alpha\dfrac{q_{\alpha 1}}{1-\sigma_{\alpha 1}}=\lambda_\beta\dfrac{q_{\beta 1}}{1-\sigma_{\beta 1}}=...=\lambda_\gamma\dfrac{q_{\gamma 1}}{1-\sigma_{\gamma 1}}\\ -\lambda_2=\dfrac{b_2}{1-\sigma_{T2}}=\lambda_\alpha\dfrac{q_{\alpha 2}}{1-\sigma_{\alpha 2}}=\lambda_\beta\dfrac{q_{\beta 2}}{1-\sigma_{\beta 2}}=...=\lambda_\gamma\dfrac{q_{\gamma 2}}{1-\sigma_{\gamma 2}}\\ ....\end{cases}$$

Все выражения, входящие в последнюю систему за исключением множителей Лагранжа, определяются энергетическими характеристиками оборудования (относительными приростами на ТЭС и ГЭС) и параметрами электрической сети (относительными приростами потерь в сети), поэтому индексы времени можно опустить, тогда получим окончательный вид уравнения оптимизации

$$\frac{b}{1-\sigma_T}=\lambda_\alpha\frac{q_\alpha}{1-\sigma_\alpha}=\lambda_\beta\frac{q_\beta}{1-\sigma_\beta}=...=\lambda_\gamma\frac{q_\gamma}{1-\sigma_\gamma}, \qquad (4)$$

где $b=\dfrac{\partial B_T}{\partial P_T}$ – относительный прирост расхода топлива на ТЭС;

$q_j=\dfrac{\partial Q_j}{\partial P_j}$ – относительный прирост расхода воды ГЭС;

$\sigma_T=\dfrac{\partial \pi}{\partial P_T}$, $\sigma_j=\dfrac{\partial \pi}{\partial P_j}$ – относительные приросты потерь активной мощности в электрических сетях при изменении мощностей ТЭС и ГЭС соответственно.

Условие (4) имеет следующий смысл: для наивыгоднейшего распределения нагрузки необходимо для всего периода оптимизации соблюдать постоянное соотношение λ_j между ТЭС и ГЭС. Например, нагрузка между ТЭС и ГЭС α должна распределяться по соотношению

$$\lambda_\alpha=\left(\frac{b}{1-\sigma}\right)\cdot\left(\frac{q_\alpha}{1-\sigma_\alpha}\right)^{-1}.$$

ГЭС могут различаться напором и расходом, поэтому для каждой ГЭС имеется свой множитель λ_j.

Размерность и физический смысл коэффициентов λ_j

Рассмотрим простейшую энерготепловую систему, состоящую из одной ТЭС и одной ГЭС. Поскольку считаем, что сети нет (электростанции рядом), условие наивыгоднейшего распределения нагрузки примет вид

$b=\lambda_j\cdot q$,

тогда $\lambda_j=\left(\dfrac{\Delta B}{\Delta P}\right)\cdot\left(\dfrac{\Delta Q}{\Delta P}\right)^{-1}=\dfrac{\Delta B}{\Delta Q}$

Следовательно, λ_j – мера эффективности использования гидроресурсов в системе. Этот коэффициент показывает, какая экономия условного топлива (тонн), будет получена на ТЭС, если на ГЭС дополнительно используется расход воды ΔQ ($м^3/с$). Наивыгоднейшим будет такой режим, при которой ресурсы каждой ГЭС будут использованы с одинаковой эффективностью в течение всего времени оптимизации и λ_j=*idem*

Коэффициент λ_j связан с параметрами ГЭС, т.е. с ее напором и расходом. Если напор постоянный, а расход меняется, то ГЭС меняет и свою мощность.

Эффективность использования гидроресурсов λ_j обратно пропорциональна расходу воды и прямо пропорциональна напору, так как при увеличении напора и постоянстве мощности уменьшается расход ГЭС.

При переменном напоре ГЭС

Изменение напора ГЭС может вызываться непостоянством уровней верхнего и нижнего бьефов в течение периода оптимизации. На приплотинных ГЭС с большими водохранилищами уровень верхнего бьефа меняется мало (на сантиметры), а уровень нижнего бьефа достаточно сильно. Например, на Камской ГЭС изменение нижнего

бьефа за сутки – 3,5 м. На деривационных ГЭС на несколько метров может меняться напор за счет изменения уровня напорного бассейна. Изменение напора вызывает «эффект последствий», т.е. влияние режима ГЭС на текущем интервале на последующие. Это усложняет оптимизационные задачи.

Пусть в системе имеются две станции: тепловая и гидравлическая. Между ними произвольно распределен заданный график нагрузки с соблюдением баланса мощности. По графику мощностей ГЭС опре-

делен график ее расходов.
Перераспределим нагрузку и посмотрим, к каким изменениям в системе это может привести.

В момент t_α на интервале *dt* увеличим расход ГЭС на величину *dQ*, а в дальнейший момент $t_б$ интервале *dt* уменьшим расход ГЭС на ту же величину *dQ*. Как изменятся мощности станций в период от t_α до $t_б$? Увеличение расхода приведет к увеличению мощности на $dP_\alpha = q_\alpha^{-1} dQ$ и к такому же снижению мощности тепловой станции. Экономию топлива на тепловой станции можно записать как

$$dB_\alpha = b_\alpha dP_\alpha dt = b_\alpha q_\alpha^{-1} dQ \cdot dt = \lambda_\alpha dV,$$

где q_α, b_α – относительные приросты ГЭС и ТЭС; $\lambda_\alpha = b_\alpha q_\alpha^{-1}$ - множитель Лагранжа, *dV=dQ dt* – дополнительный сток ГЭС.
Экономия топлива найдена без учета изменчивости напора. В действительности увеличение расхода приводит к увеличению уровня нижнего бьефа. Так как этот процесс затухает медленно, то он будет продолжаться от t_α до бесконечности. Мощность ГЭС при этом снижается на $dP_{\alpha нб} = \dfrac{\partial P}{\partial H} dH_{tнб}$.

Таким образом, чтобы судить о мощностях, нужно знать изменчивость уровня нижнего бьефа $dH_{tнб}$. Методы определения этой зависимости сложны, трудоемки, поэтому применяются упрощенные методы.
Дополнительный расход топлива ТЭС за счет увеличения нижнего бьефа на $dH_{tнб}$

$$dB_{aнб} = \int_{t_a}^{\infty} dP_{tнб} b_{at} dt = \Delta\lambda_{aнб} dV,$$

где принято обозначение

$$\Delta\lambda_{aнб} = \frac{1}{\Delta V} \int_{t_a}^{\infty} dP_{tнб} b_{at} dt$$

Такое обозначение введено потому, что величина $\Delta\lambda_{aнб}$ имеет ту же размерность, что и λ – эффективность использования гидроресурсов в (4).

Аналогичные рассуждения можно применить в моменту $t_б$, когда будет восстановлен баланс стока ГЭС, тогда получим:

$$dB_б = \lambda_б dV; \quad dB_{бнб} = \Delta\lambda_{бнб} dV.$$

Но напор меняется и за счет изменчивости верхнего бьефа, поэтому необходимо учесть эффект последствия. В течение периода от t_α до $t_б$ ГЭС работает с пониженными на $dH_{вб}$ по сравнению с первоначальным режимом уровнями верхнего бьефа.
Можно так определить снижение мощности ГЭС в этот период:

$$dP_{aб} = \frac{\partial P}{\partial H} \cdot \frac{\partial H}{\partial V} \cdot dV,$$

причем $\dfrac{\partial P}{\partial H}$ показывает изменение мощности ГЭС от напора, а $\dfrac{\partial H}{\partial V}$ – изменение напора от объема. Всего же объем изменился на *dV*.
Пережог топлива на ТЭС за счет понижения верхнего бьефа определится как

$$dB_{aб} = \int_{t_a}^{t_б} dP_{aб} b_t dt = \Delta\lambda_{aб} dV,$$

где $\Delta\lambda_{aб} = \dfrac{1}{dV} \displaystyle\int_{t_a}^{t_б} \dfrac{\partial P}{\partial H} \cdot \dfrac{\partial H}{\partial V} b_t dt$, причем видно, что размерность этой величины совпадает с размерностью эффективности использования гидроресурсов λ.
Общее изменение расхода топлива системы суммируется из уменьшения расхода топлива за счет увеличения расхода на ГЭС в момент t_α, дополнительного расхода топлива за счет увеличения уровня нижнего бьефа, увеличения расхода топлива за счет уменьшения расхода на ГЭС в момент $t_б$, экономии топлива за счет уменьшения уровня нижнего бьефа и дополнительного расхода топлива при изменении уровня верхнего бьефа и равно

$$dB_c = -dB_a + dB_{aнб} + dB_б - dB_{бнб} + dB_{aб}.$$

Если первоначальное распределение нагрузки было лучше второго, то $dB_C > 0$; если же последующий режим лучше, то $dB_C < 0$, т.е. в системе будет экономия. Примем условие равноэкономичности режимов за расчетное, что соответствует $dB_C = 0$.
Подставляем выражения, сокращаем *dV*, в результате получаем

$$\lambda_б - \Delta\lambda_{б\,н.б} = \lambda_a - \Delta\lambda_{a\,н.б} - \Delta\lambda_{aб}, \qquad (5)$$

где $\lambda_a = b_a q_a^{-1}$ – множитель Лагранжа, являющийся мерой эффективности расходования водных ресурсов ГЭС, определяемый относительным приростом расхода топлива на ТЭС (*b*) при уменьшении расхода воды на ГЭС (*q*) ;
$\Delta\lambda_{б\,н.б}, \Delta\lambda_{a\,н.б}$ – относительный дополнительный расход топлива за счет изменения нижнего бьефа на ГЭС; $\Delta\lambda_{aб}$ – относительный дополнительный расход топлива, обусловленный изменением верх-

	него бьефа. Из (5) следует, что при изменении напора ГЭС значение λ не остается постоянным. Поэтому на каждом расчетном интервале времени требуется определять свой коэффициент эффективности λ.
Распределение реактивной мощности	
	Генерация реактивной мощности влияет на режим напряжений и потокораспределение мощностей системы. Следовательно, распределение реактивных мощностей также может быть задачей оптимизации. Предположим, что генерация реактивной мощности не связана с какими-либо затратами. Тогда единственной целью оптимизации распределения реактивной мощности является минимизация потерь активной мощности в сетях. Минимизируя потери активной мощности, можно снизить и расход топлива станций системы. Следовательно,
ЦФ	- минимум потерь активной мощности π =>min. Потери активной мощности являются функцией как от активных, так и от реактивных мощностей $\pi=\pi(Q)$. Условно считаем, что активные мощности заданы и неизменны, хотя изменение потерь мощности в сетях требует изменения активной мощности какой-либо станции (потери должны быть скомпенсированы!). Но мы принимаем, что потери зависят только от реактивной мощности.
Уравнение ограничения	- балансовое уравнение суммарная реактивная нагрузка $Q_н$ и сумма мощностей источников реактивной мощности Q_i, т.е. $$Q_{\text{н}}+\Delta Q-\sum_{i=1}^{r}Q_i=0$$
Уравнение оптимизации	получим с использованием метода множителей Лагранжа. Функция Лагранжа принимает вид $$\Phi=\pi+\lambda W_Q=\pi+\lambda\left(Q_н+\Delta Q-\sum_{i=1}^{r}Q_i\right).$$ Неизвестными в этой задаче являются r мощностей источников реактивной мощности и множитель Лагранжа, всего r+1 неизвестное. Для

	решения составляют r уравнений дифференцированием ЦФ по всем независимым переменным, а одно уравнение – это уравнение баланса реактивной мощности Дифференцируя функцию Лагранжа по реактивной мощности станций, получаем r уравнений: $$\frac{\partial\Phi}{\partial Q_i}=\frac{\partial\pi}{\partial Q_i}-\lambda\left(1-\frac{\partial\Delta Q}{\partial Q_i}\right)=0\ .$$ Отсюда следует

	$$\lambda=\frac{\dfrac{\partial\pi}{\partial Q_1}}{1-\dfrac{\partial\Delta Q}{\partial Q_1}}=\frac{\dfrac{\partial\pi}{\partial Q_2}}{1-\dfrac{\partial\Delta Q}{\partial Q_2}}=...=idem \qquad (6)$$ Это условие справедливо только для случаев, когда генерация реактивной мощности не связана непосредственно с затратами топлива или мало влияет на них. В противном случаезадачи распределения активных и реактивных мощностей должны решаться совместно. Условие (6) упрощается, если пренебречь потерями реактивной мощности, т.е. принять ΔQ=0, тогда условие оптимальности примет вид: $$\lambda=\frac{\partial\pi}{\partial Q_i}=idem\ .$$
Физический смысл условия оптимального распределения реактивной нагрузки	Запишем выражение (6) в конечных разностях $$\lambda=\frac{\dfrac{\Delta\pi}{\Delta Q_i}}{1-\dfrac{\Delta(\Delta Q)}{\Delta Q_i}}=idem\ .$$ Домножим и числитель и знаменатель на ΔQ_i, получим $$\lambda=\frac{\dfrac{\Delta\pi}{\Delta Q_i}\cdot\Delta Q_i}{\left(1-\dfrac{\Delta(\Delta Q)}{\Delta Q_i}\right)\cdot\Delta Q_i}=\frac{\Delta\pi}{\Delta Q_i-\Delta(\Delta Q)}=\frac{\Delta\pi}{\Delta Q_н}=idem\ .$$ Полученное условие показывает, что оптимальным будет такой режим, при котором для всех источников реактивной мощности будет иметь равенство прироста потерь активной мощности на единицу прироста реактивной нагрузки потребителей.

Комплексное распределение мощностей	
Анализ допущений, при которых возможно разделение задачи	1) <u>активные и реактивные нагрузки потребителей во всех узловых точках не зависят от величины модулей напряжения в этих точках</u>. Отказ от этого допущения означает необходимость учета изменений нагрузок потребителей при перераспределении как активных, так и реактивных мощностей генерирующих источников, так как

оптимального распределения мощностей нагрузок	при этом будут другими модули напряжений в узлах нагрузок, а, следовательно, и активные и реактивные нагрузки потребителей. Поэтому всякое перераспределение одного вида мощности влияет на распределение другого, независимое их распределение будет невозможно; 2) <u>потери активной мощности в сетях можно разделить на две части, она из которых зависит только от распределения активной мощности, другая – только от реактивной</u>. Значит, каждая из них не зависит от модулей и фазовых углов векторов напряжений в узловых точках. На самом деле такая зависимость существует, т.е. изменение распределения мощностей одного вида влияет на потери мощности обоих видов; 3) <u>генерация реактивной мощности не связана с какими-либо затратами на электростанциях.</u> Т.е. не учитываются затраты на потери мощности в обмотке возбуждения и стали на электростанциях, а на подстанциях – потери активной мощности в компенсаторах реактивной мощности. Отказ от названных допущений требует рассмотрения задачи комплексного распределения мощностей.
Упрощенный алгоритм комплексной оптимизации	Если не учитывать ограничения в форме неравенств по пропускной способности ЛЭП и мощностям электростанций, то задача может решаться методом множителей Лагранжа. Пусть в энергосистеме на параллельную работу включено *n* активных и *m* реактивных источников мощности, связанных с узлами нагрузки сетью произвольной конфигурации. ЦФ имеет вид $B=\sum_{i=1}^{n} B_i$ Ограничение по балансу активной мощности имеет вид $W_P=\sum_{i=1}^{n} P_i - P_н - \pi = 0$. Аналогично по реактивной мощности $W_Q=\sum_{i=1}^{n} Q_i - Q_н - q = 0$. Здесь π и *q* – потери активной и реактивной мощностей в электрической сети.

	Функция Лагранжа примет вид $\Phi=\sum_{i=1}^{n} B_i + \lambda_1 W_P + \lambda_2 W_Q$
	При условии неизменности нагрузок решение находится из уравнений:

	n уравнений $\frac{\partial \Phi}{\partial P_i}=\frac{\partial B_i}{\partial P_i}+\lambda_1\left(1-\frac{\partial \pi}{\partial P_i}\right)+\lambda_2\frac{\partial q}{\partial P_i}=0$; *m* уравнений $\frac{\partial \Phi}{\partial Q_i}=\frac{\partial B_i}{\partial Q_i}-\lambda_1\frac{\partial \pi}{\partial Q_i}+\lambda_2\left(1-\frac{\partial q}{\partial Q_i}\right)=0$. Найдем из уравнений второй группы отношение $J_i=\frac{\lambda_2}{\lambda_1}=\frac{\frac{\partial \pi}{\partial Q_i}}{1-\frac{\partial q}{\partial Q_i}}=\frac{\frac{\partial \pi}{\partial Q_i}}{1-\sigma_{Qi}}$. Обозначили $\partial q/\partial Q_i=\sigma_{Qi}$ дифференциальный показатель относительного прироста потерь реактивной мощности. Он показывает, как возрастают потери реактивной мощности во всей сети при изменении реактивной нагрузки *i*-го источника на ∂Q_i . Записав это уравнение для каждого из *m* источников и приравняв правые части, получим условие наивыгоднейшего распределения реактивных мощностей системы. $\frac{\frac{\partial \pi}{\partial Q_i}}{1-\sigma_{Qi}}=idem$. (6) Было!
	Обратимся теперь к уравнениям первой группы. Запишем одно из них в виде $b_i+\lambda_1(1-\sigma_i)-\lambda_1 J_i\frac{\partial q}{\partial P_i}=0$. (σ_i уже рассматривали – относительный прирост потерь активной мощности в сети). Подставим выражение для J_i в последнее выражение $b_i+\lambda_1(1-\sigma_i)-\lambda_1\frac{\frac{\partial \pi}{\partial Q_i}}{1-\sigma_{Qi}}\frac{\partial q}{\partial P_i}=0$. Домножаем на знаменатель $b_i(1-\sigma_{Qi})+\lambda_1(1-\sigma_i)(1-\sigma_{Qi})-\lambda_1\frac{\partial \pi}{\partial Q_i}\frac{\partial q}{\partial P_i}=0$

	Раскрываем скобки, выражаем λ_1 и распространяем полученное равенство на все *n* источников активной мощности: $\frac{b_i(1-\sigma_{Qi})}{1-\sigma_i-\sigma_{Qi}+\sigma_i\cdot\sigma_{Qi}-\frac{\partial q}{\partial P_i}\cdot\frac{\partial \pi}{\partial Q_i}}=idem$. (7)

Это общее условие наивыгоднейшего распределения активной и реактивной нагрузки в сложной энергосистеме с учетом потерь мощности в электрической сети.

Если активная и реактивная мощности распределяются независимо, уравнение распадается на 2, первое из которых мы уже получали (1)

$$\frac{b_i}{1-\sigma_i}=idem; \qquad \frac{\dfrac{\partial q}{\partial P_i}}{1-\sigma_{Qi}}=idem. \tag{8}$$

Можно показать, что для однородной электрической сети, т.е. для сети, у которой отношение удельных сопротивлений активного и реактивного $r_0/x_0=const$, упрощается. Для таких сетей выполняется условие

$$\frac{\partial q}{\partial P_i}\frac{\partial \pi}{\partial Q_i}=\frac{\partial \pi}{\partial P_i}\frac{\partial q}{\partial Q_i}=\sigma_i\sigma_{Qi}.$$

Тогда условие наивыгоднейшего распределения нагрузки в однородных сетях примет вид:

$$\frac{b_i\left(1-\sigma_{Qi}\right)}{1-\sigma_i-\sigma_{Qi}}=idem. \tag{9}$$

Определение производных потерь в электрических сетях

В общем случае необходимо найти 4 производные: σ, σ_Q, $\frac{\partial q}{\partial P_i}$ и $\frac{\partial \pi}{\partial Q_i}$. Нахождение их – трудоемкая задача. Зависимость производных от нагрузок станции нелинейна. Кроме того, производная потерь зависит не только от суммарной нагрузки системы, но и от ее распределения по отдельным узлам.

однородная

Самый простой случай – случай однородной сети. Потери в сети

$\pi=\sum_{s=1}^{l}\frac{P_s^2+Q_s^2}{U_s^2}r_s$, где *l* – число линий, *r* – активное сопротивление линии; U – напряжение; P_s, Q_s – активная и реактивная нагрузки линии.

В однородной сети активные нагрузки не зависят от реактивных, поэтому

$$\sigma_i=\frac{\partial \pi}{\partial P_i}=\sum_{s=1}^{l}\frac{2P_s\dfrac{\partial P_s}{\partial P_i}}{U_s^2}r_s=\frac{2}{U^2}\sum_{s=1}^{l}P_s r_s\frac{\partial P_s}{\partial P_i},$$

(считаем, что напряжение по всей сети приведено к одному номинальному, поэтому выносим за знак суммы)

$P_s r_s$ – характеризует потери напряжения от узла *s* до балансирующего узла, они одинаковы по всем параллельным ветвям, поэтому тоже выносим за знак суммы; $\frac{\partial P_s}{\partial P_i}$ – коэффициент потокораспределения. Сумма коэффициентов потокораспределения по всем ветвям равна 1. Тогда окончательно

$\sigma_i=\frac{2}{U^2}P_s r_s$. (аналогично $q=\sum_{s=1}^{l}\frac{P_s^2+Q_s^2}{U_s^2}x_s$, $\sigma_{Qi}=\frac{2}{U^2}P_s x_s$)

неоднородная

В неоднородной сети потери активной мощности можно представить через узловые нагрузки

$$\pi=\sum_{i=1}^{n-1}\sum_{g=1}^{n-1}\left[B_{ig}\left(P_iP_g+Q_iQ_g\right)-C_{ig}\left(P_iQ_g-P_gQ_i\right)\right].$$

Потери реактивной мощности

$$q=\sum_{i=1}^{n-1}\sum_{g=1}^{n-1}\left[D_{ig}\left(P_iP_g+Q_iQ_g\right)+F_{ig}\left(P_iQ_g-P_gQ_i\right)\right],$$

где *i* и *g* – номера узлов; *P* и *Q* – активная и реактивная узловые нагрузки; *B, C, D, F* – коэффициенты потерь. Они являются функциями модуля и фазы напряжений. Формулы для их расчета следующие (не для запоминания):

$$B_{ig}=B_{gi}=\frac{r_{ig}\cos\theta_{ig}}{U_iU_g}, \qquad C_{ig}=-C_{gi}=\frac{r_{ig}\sin\theta_{ig}}{U_iU_g},$$

$$D_{ig}=D_{gi}=\frac{x_{ig}\cos\theta_{ig}}{U_iU_g}, \qquad F_{ig}=-F_{gi}=\frac{x_{ig}\sin\theta_{ig}}{U_iU_g}.$$

Здесь *r* и *x* – активное и реактивное сопротивления линий; *U* – напряжения в узлах; θ – разность фаз векторов напряжений в соответствующих узлах.

Изменение любой из узловых мощностей приводит к изменению модулей и фаз напряжения во всех узлах, кроме балансирующего. Это усложняет расчет производных. Обычно применяют допущение о постоянстве модулей и фаз. Тогда, дифференцируя полученные выражения по соответствующим нагрузкам, получаем

$$\sigma_i=\frac{\partial \pi}{\partial P_i}=2\sum_{i=1}^{n-1}B_{ig}P_g-2\sum_{g=1}^{n-1}C_{ig}Q_{g(g\neq i)};$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial Q_i}=2\sum_{i=1}^{n-1}B_{ig}Q_g+2\sum_{g=1}^{n-1}C_{ig}P_{g(g\neq i)};$$

$$\frac{\partial q}{\partial P_i}=2\sum_{i=1}^{n-1}D_{ig}P_g-2\sum_{g=1}^{n-1}F_{ig}Q_{g(g\neq i)}\ ;$$

$$\sigma_{Qi}=\frac{\partial q}{\partial Q_i}=2\sum_{i=1}^{n-1}D_{ig}Q_g+2\sum_{g=1}^{n-1}F_{ig}P_{g(g\neq i)}\ .$$

Подчеркнем, что полученные зависимости приближенные.

Выводы

Используя (8), можно поэтапно оптимизировать режим энергосистемы. <u>На первом этапе</u> определяются активные мощности станций и приближенно рассчитывается режим электрической сети, в которой считаются известными реактивные мощности в ветвях, напряжения в узлах, коэффициенты трансформации трансформаторов.

<u>На втором этапе</u> считаются известными активные мощности станций и рассчитываются все параметры электрической сети.

Кроме ограничений по балансу мощностей, могут быть и другие: по напряжениям, углу сдвига фаз в передачах и др. Тогда растет число множителей Лагранжа и процесс оптимизации усложняется.

При высокой размерности задачи и необходимости учета разнообразных ограничений процесс расчета плохо сходится. Это является недостатком рассмотренного алгоритма, поэтому он применяется для концентрированных энергосистем или в совокупности с другими методами оптимизации.

Решение комплексной задачи распределения мощностей методами нелинейного программирования

При комплексной оптимизации любые изменения потоков мощности влияют на узловые напряжения, а значит, изменение потоков активных мощностей влияет на потоки реактивных и наоборот. Для решения задачи комплексного распределения мощностей с учетом взаимовлияния потоков применяются методы нелинейного программирования.

Рассмотрим схематично решение комплексной задачи.

Имеется функция многих переменных $F(Z,D)$.

Компоненты Z являются искомыми параметрами режима, а D включает исходную информацию о состоянии системы.

Для нахождения оптимального решения нужно получить

$$F(Z)\to\min$$

при ограничениях в виде равенств и неравенств

$$W(Z)=0;\quad Z_{\min}\leq Z\leq Z_{\max}$$

Компоненты вектора параметров режима системы Z разделяются на 2 подмножества: X и Y. Подмножество Y включает независимые

переменные, т.е. параметры, которые в системе могут регулироваться, на которые можно воздействовать, а X включает зависимые параметры режима, т.е. те, которые могут быть вычислены по параметру Y, тогда $Z(X,Y)=Z[X(Y),Y]$,

отсюда $\quad \min F(Z)=\min F(X,Y)=\min F(Y)$,

а ограничения принимают вид

$$W(X,Y)=0;$$

$$X_{\min}\leq X(Y)\leq X_{\max}\quad Y_{\min}\leq Y\leq Y_{\max}$$

В качестве уравнения связи $Y(X)$ используются уравнения установившегося режима электрической системы, например, уравнения узловых напряжений или узловых мощностей ("Мат.задачи"). Чтобы найти зависимые переменные, требуется рассчитать установившийся режим. Это самостоятельная и трудоемкая сетевая задача. В алгоритмах оптимизации режима активных и реактивных мощностей ее удельный вес наибольший.

Деление параметров режима Z на два подмножества X и Y понижает размерность задачи и, следовательно, облегчает вычислительный процесс.

Задача комплексной оптимизации для энергосистемы, состоящей только из тепловых электростанций

Рассмотрим основные этапы решения задачи комплексной оптимизации для энергосистемы, состоящей только из тепловых электростанций.

Пусть энергосистема состоит из M обобщенных и отдельных узлов, и в ней имеются только тепловые станции.

Параметры режима: $P_{\text{г}i}$, $Q_{\text{г}i}$ – активные и реактивные мощности генераторных узлов; U_i,δ_i – модули и фазы напряжений в узлах системы. Известны активные и реактивные нагрузки в узлах, причем они не зависят от напряжений и частоты в сети.

Требуется определить оптимальное распределение нагрузки по условию минимума расхода условного топлива системы.

1) Уравнение цели $B(Z)\to\min$

Вектор параметров Z разделяется на вектор независимых переменных $Y(U_i,\delta_i)$ и зависимых переменных $X(P_{\text{г}i},Q_{\text{г}i})$, тогда ЦФ принимает вид

$$B\left[U_i,\delta_i,P_{\text{г}i}(U_i,\delta_i),Q_{\text{г}i}(U_i,\delta_i)\right]\Rightarrow\min$$

2) Уравнения связи включают эквивалентные характеристики генераторных узлов вида $B_i(P_{\text{г}i})$; связи между параметрами X и Y (связи в основном неявные); уравнения ограничений, которые задаются в виде неравенств

$$P_{\text{г}i\min}\leq P_{\text{г}i}\leq P_{\text{г}i\max};$$

$$Q_{\text{г}i\min}\leq Q_{\text{г}i}\leq Q_{\text{г}i\max};$$

$$U_{i\min}\leq U_i\leq U_{i\max};$$

$$\delta_{i\min}\leq\delta_i\leq\delta_{i\max}.$$

Задаются также балансовые ограничения по активным и реактивным мощностям в виде системы уравнений установившегося режима. Для каждого узла баланс мощности равен

$$W_{Pi}=P_{\text{г}i}-P_i-P_{\text{н}i},\qquad W_{Qi}=Q_{\text{г}i}-Q_i-Q_{\text{н}i},$$

где W – небалансы по соответствующим мощностям в узле, P, Q без индекса – нагрузки на сеть далее; P, Q с индексом "н" – на нагрузку; с индексом "г" – мощности от генераторных узлов.

В стационарном установившемся режиме величины небалансов равны 0. Если в стационарном режиме изменятся параметры U_i,δ_i, то появится небаланс. Изменяя $P_{\Gamma i}$, $Q_{\Gamma i}$, можно получить новый стационарный режим для новых значений U_i, δ_i. Задача состоит в том, чтобы найти такое решение, при котором $B \to \min$.

3) Уравнения оптимального управления формируются с использованием, например, градиентных методов. Они позволяют от допустимого стационарного режима системы перейти к оптимальному режиму.

Решение считается оптимальным, если модуль градиент-вектора ΔB функции $B(X,Y)$ будет меньше заданного малого значения, т.е. $|\Delta B| \le \varepsilon$.

Алгоритм комплексной оптимизации может применяться для решения разнообразных режимных задач. Можно по нему проверить допустимость напряжений в узлах и токов в ветвях при различной нагрузке системы. Можно определить мероприятия по поддержанию определенного режима. В их числе уставки по напряжению для АРН (автоматических устройств регулирования напряжения на электростанциях), положение отпаек трансформаторов при регулировании их коэффициентов трансформации, мощности синхронных компенсаторов и др.

Выбор оптимального состава агрегатов

Характеристика задачи

До сих пор при рассмотрении оптимального распрееления мощностей предполагалось, что включенные в работу агрегаты на электростанциях заданы. Однако, состав работающих агрегатов значительно предопределяет экономичность и надежность системы.

Неравномерность графиков нагрузки системы делает целесообразным, а иногда и необходимым периодические остановки агрегатов при снижении нагрузки и включение их при увеличении.

Включение в работу отдельных агрегатов влияет на величину и размещение резервов, на режим электрической сети, на перетоки по межсистемным линиям электропередач, на расход топлива системы и т.п. Поэтому задача выбора оптимального состава агрегатов относится к числу *в а ж н е й ш и х* .

В общем случае для системы, содержащей *m* гидроэлектростанций и *k* тепловых станций, задача заключается в том, чтобы для

каждого расчетного интервала времени определить:

1) состав агрегатов;
2) моменты пуска и остановки агрегатов;
3) распределение нагрузки между ними, обеспечивающее минимум эксплуатационных затрат и выполнение всех требований по надежности.

При постановке математического описания задачи необходимо учитывать:

1) энергетические характеристики;
2) пусковые расходы агрегатов (котлы или турбины при остановке охлаждаются, поэтому при новом пуске требуют тепло. Эти затраты зависят от длительности остановки агрегата, если она меньше суток, если больше – не зависят);
3) вид, сорт, стоимость топлива на ТЭС, ограничения по стоку на ГЭС;
4) потери мощности, ограничения в электрических сетях;
5) ограничения на комбинации работающих агрегатов; и др.

В соответствии с вышеназванным задача выбора состава агрегатов является:

- нелинейной,
- целочисленной,
- многоэкстремальной,
- имеет высокую размерность (2^n, n-число агрегатов)

Нельзя непосредственно решать задачу методом неопределенных множителей Лагранжа, т.к. изменение числа работающих агрегатов является дискретным, при этом характеристики станции меняются скачком. Можно использовать метод динамического программирования, но только для числа агрегатов до 20-30. Нет достаточно общих методов для организации вариантного анализа различных составов. Все существующие методические приемы являются приближенными.

В связи со сложностью решения общей задачи рассмотрим принципы выбора оптимальных агрегатов для простейших случаев.

Выбор оптимального состава агрегатов в тепловой энергосистеме

Пусть имеется энергосистема только с ТЭС, т.е. все агрегаты установлены на тепловых электростанциях. Нагрузку энергосистемы примем неизменной и вначале не будем учитывать пусковые расходы. Далее примем, что все активные мощности распределяются между включенными агрегатами оптимально по критерию (1)

$$\mu = \frac{b_i}{1-\sigma_i} = \mathrm{idem}$$

Определим критерий выгодности остановки одного из работающих агрегатов, например, агрегата *j*. Удельные расходы затрат обозначим γ, тогда

$$\gamma_j = B_j / P_j \,.$$

Пусть агрегат *j*, об остановке которого идет речь, работает до остановки с мощностью $P_{j\,0}$ и с удельным расходом затрат $\gamma_{j\,0}$. Тогда экономия затрат от остановки агрегата составит

$$Э_{j\,0} = \gamma_{j\,0} P_{j\,0}$$

При остановке агрегата *j* придется мощность $P_{j\,0}$ возложить на другие агрегаты энергосистемы по принципам оптимального распределения мощностей.

Рассмотрим более детально этот процесс. Пусть мощность агрегата *j* получает малое приращение dP_j при неизменности мощностей всех остальных агрегатов системы и нагрузок всех узловых точек, кроме балансирующей. Такое положение может иметь место только

	при отклонении нагрузки в балансирующей точке на $dP_{\text{нб}}$. При этом изменятся и потери в сетях на величину $$d\pi = \frac{\partial\pi}{\partial P_j} dP_j$$ и $$dP_{\text{нб}} = dP_j - d\pi = dP_j - \frac{\partial\pi}{\partial P_j} dP_j = \left(1-\sigma_j\right) dP_j .$$ Процесс уменьшения мощности агрегата *j* на величину dP_j рассмотрим в два этапа. На первом этапе нагрузка балансирующей точки снижается на величину $\left(1-\sigma_j\right)dP_j$, а мощности остальных агрегатов и нагрузок не меняются. На втором этапе нагрузка балансирующей токи увеличивается на $\left(1-\sigma_j\right)dP_j$, т.е. восстанавливается фактическая нагрузка, и для получения баланса мощности остальных агрегатов увеличиваются в соответствием с критерием оптимального распределения (1). При этом затраты возрастают на величину $\mu\left(1-\sigma_j\right)dP_j$, где μ характеризует удельный прирост затрат системы на единицу увеличения мощности нагрузки. Таким образом, рост затрат в энергосистеме при остановке агрегата *j* определяется интегралом $З_{j0} = \int\limits_0^{P_{j0}} \mu\left(1-\sigma_j\right)dP_j$, где μ и σ_j зависят от P_j.
упрощение	Если мощность агрегата *j* очень мала по сравнению с мощностью энергосистемы, то μ изменяется очень мало, точно также мало изменяется и величина коэффициента σ_j. В этом случае $$З_{j0} \approx \mu_{\text{ср}}\left(1-\sigma_{j\text{ср}}\right)P_{j0}$$ где $\mu_{\text{ср}} \approx \frac{\mu_0+\mu_{\text{к}}}{2}$; $\sigma_{j\text{ср}} \approx \frac{\sigma_{j0}+\sigma_{j\text{к}}}{2}$.

	Здесь μ_0 и $\mu_{\text{к}}$ – начальное и конечное значение удельного прироста затрат в системе при остановке агрегата *j*; σ_{j0} и σ_{j0} – начальное и конечное значение удельного прироста потерь мощности в сети.
	Если мощность агрегата *j* достаточно велика, то более точное значение затрат при остановке агрегата *j* $$З_{j0} = \sum \mu_{\text{ср}}\left(1-\sigma_{j\text{ср}}\right)\delta P_j ,$$ где суммирование ведется по интервалам снижения мощности δP_j, а μ и σ_j с индексом «ср» – средние значения для каждого интерва-

	ла δP_j.
	Остановка агрегата выгодна при $Э_{j0} \geq З_{j0}$, т,е. если $$\gamma_{j0}P_{j0} > \int\limits_0^{P_{j0}} \mu\left(1-\sigma_j\right)dP_j , \qquad (10)$$ или приближенно $\gamma_{j0}P_{j0} > \mu_{\text{ср}}\left(1-\sigma_{j\text{ср}}\right)P_{j0}$, т.е. $$\gamma_{j0} > \mu_{\text{ср}}\left(1-\sigma_{j\text{ср}}\right). \qquad (10а)$$ Экономия от остановки составит $$Э = P_{j0}\left[\gamma_{j0} - \mu_{\text{ср}}\left(1-\sigma_{j\text{ср}}\right)\right] \qquad (11)$$ Более точно $\gamma_{j0}P_{j0} > \sum \mu_{\text{ср}}\left(1-\sigma_{j\text{ср}}\right)\delta P_j$ (10б) При этом экономия составляет $$Э = P_{j0}\left(\gamma_{j0} - \sum \mu_{\text{ср}}\left(1-\sigma_{j\text{ср}}\right)\frac{\delta P_j}{P_{j0}}\right). \qquad (11а)$$
Алгоритм	На основе данного критерия можно принять следующий алгоритм выбора оптимального состава агрегатов. Для каждого рассматриваемого периода, например суток, выбирают оптимальные агрегаты. Вначале предполагают, что работают все и находят оптимальное распределение активных мощностей при этом условии. Затем находят экономию от остановки для каждого агрегата в отдельности по формулам (11), а также удельную экономию на единицу номинальной мощности $$Э_0 = Э / P_{j\text{ном}} .$$ При остановке в первую очередь выбирают агрегат, дающий наибольшую удельную экономию. Учет ведется по удельной экономии потому, что в любой час можно остановить агрегаты с номинальной мощностью не более, чем $\delta P = P_{\sum\text{ном}} - P_{\sum} - R_{\text{опт}}$,

где $P_{\sum\text{ном}}$ – номинальная мощность всех агрегатов, $P_{\sum}$ – суммарная нагрузка потребителей, $R_{\text{опт}}$ – заданная величина оптимального резерва мощности в системе.

После остановки первого агрегата, дающего наибольшую удельную экономию, вновь производят оптимальное распределение мощностей по работающим агрегатам, затем – расчет удельных экономий от остановки дополнительных агрегатов. Опять выбирают для остановки агрегат, дающий наибольшую удельную экономию и т.д. до тех пор, пока или вообще не будет агрегатов, или остановка очередного не будет приводить к недопустимому снижению резерва мощности.

Таким образом выясняется, какие агрегаты должны стоять в течение отдельных часов суток.

Для приближенного учета пусковых расходов агрегатов считаем, что их выгодно останавливать только на некоторое число часов в сутки τ, тогда в остальные часы суток повышают удельные расходы агрегата путем добавки к фактическим затратам $\gamma_j P_j$ пусковых расходов за τ часов, разделенных на число рабочих часов.

Исправленный удельный расход затрат для нагрузки P_j. будет

$$\gamma'_j = \frac{\gamma_j P_j + \dfrac{T_{\text{уд}}\tau}{24\text{-}\tau}}{P_j} = \gamma_j + \frac{T_{\text{уд}}\tau}{P_j(24-\tau)}$$

где $T_{\text{уд}}$ – пусковые расходы за час стоянки.

Затем производят новый выбор оптимальных агрегатов без учета пусковых расходов и вновь корректируют удельные расходы.

Ввиду сложности расчетов задачу выбора оптимального состава агрегатов рекомендуется решать с использованием ЭВМ.

Оценка области равноэкономичных режимов

Введение в задачу

При рассмотрении задачи оптимального распределения нагрузок в энергетической системе существует некоторая неопределенность решения, обусловленная следующими факторами:

1) исходные параметра системы и ее режима (сопротивления ее отдельных элементов, мощности нагрузок, экономические характеристики станций и т.п.) известны лишь приближенно, т.е. носят вероятностный характер, имеют погрешность;

2) алгоритмы, применяемые для поиска оптимальных решений, неизбежно содержат те или иные допущения и упрощения, следовательно, также вносят в решение задачи некоторую неточность.

Как правило, затраты на выработку мощности станциями в окрестности оптимального режима можно представить функцией, имеющей пологий характер.

Таким образом, существует не точка оптимального решения, а некоторая область равноэкономичных решений, которой соответствует отвечающий области диапазон изменения мощностей станций, входящих в энергосистему.

Иначе говоря, зная размеры области равноэкономичных режимов, можно задавать точность реализации оптимального режима энергосистемы.

Задача определения размеров области равноэкономичных режимов

Определение взаимосвязи размеров области равноэкономичных режимов с отклонениями мощностей станций – сложная задача. Поэтому рассмотрим упрощенное решение.

Пусть имеется теплоэнергетическая система, содержащая *n* станций. При определенных значениях активных мощностей станций $P_i = P_{i0}$ затраты на их выработку минимальны.

$$B_{\min} = B_1 + B_2 + ... + B_n$$

Для всех $P_i \neq P_{i0}$ значение $B > B_{\min}$. Пусть

$$B - B_{\min} = \Delta B \leq \varepsilon\,, \tag{12}$$

где ε – малая в сравнении с положительная величина.

Условие (12) вместе с уравнением баланса активной мощности определит множество режимов, в которых затраты на выработку активной мощности в энергосистеме не превосходят минимальных на величину ε. Это множество можно считать множеством режимов , равноэкономичных (с точностью до ε) с оптимальным.

Точное определение размеров этого множества – чрезвычайно сложная задача. Однако сравнительно просто можно получить приближенную оценку размеров этой области, построив ее в виде сферической окрестности точки, отвечающей минимуму затрат, т.е. в виде сферы с центром, находящимся в точке оптимума.

Допущение: эконом. хар-ки зависят только от активной мощности

Запишем экономические характеристики станций вблизи оптимальных значений мощностей P_{i0} полиномами второй степени

$$B_i(P_i) = \alpha_i + \beta_i P_i + \gamma_i P_i^2$$

При отклонении мощности станций от ее оптимального значения P_{i0} затраты изменяются на величину

$$\Delta B_i = B_i(P_i) - B_i(P_{i0}) = \alpha_i + \beta_i(P_{i0} + \Delta P_i) + \gamma_i(P_{i0} + \Delta P_i)^2 - \\ -\alpha_i - \beta_i P_{i0} - \gamma_i P_{i0}^2 = \beta_i \Delta P_{i0} + 2\gamma_i P_{i0}\Delta P_{i0} + \gamma_i \Delta P_i^2 = b_{i0}\Delta P_{i0} + \gamma_i \Delta P_i$$

здесь b_{i0} – удельный прирост затрат *i*-той станции в оптимальном режиме, $b_{i0} = \beta_i + 2\gamma_i P_{i0}$.

Используем формулы потерь активной мощности для неоднородной сети с применением коэффициентов потерь (см. параграф «Определение производных потерь в электрич. сетях»)

$$\pi=\sum_{i=1}^{n-1}\sum_{g=1}^{n-1}\left[B_{ig}\left(P_iP_g+Q_iQ_g\right)-C_{ig}\left(P_iQ_g-P_gQ_i\right)\right]; \qquad \text{(a)}$$

$$\sigma_i=\frac{\partial\pi}{\partial P_i}=2\sum_{i=1}^{n-1}B_{ig}P_g-2\sum_{g=1}^{n-1}C_{ig}Q_{g(g\neq i)} \qquad \text{(б)}$$

$\pi=\Delta P$. Считая, что реактивные мощности не зависят от изменения активных, изменение потерь в сетях из-за отклонения режима от оптимального запишется в следующем виде:

$$\delta(\Delta P)=\sum_i\sum_j B_{ij}\left(P_{i0}+\Delta P_i\right)\cdot\left(P_{j0}+\Delta P_j\right)-\sum_i\sum_j B_{ij}P_{i0}P_{j0}=$$

$$=2\sum_i\sum_j B_{ij}P_{i0}\Delta P_j+\sum_i\sum_j B_{ij}\Delta P_i\Delta P_j$$

Из (б) первый член в последнем выражении можно представить

$$2\sum_i\sum_j B_{ij}P_{i0}\Delta P_j=\sum_{i=1}^{n}\frac{\partial(\Delta P)}{\partial P_i}\Delta P_i .$$

Изменение потерь в сетях должно быть равно изменению мощностей всех станций энергосистемы:

$$\delta(\Delta P)=\sum_{i=1}^{n}\Delta P_i ,$$

поэтому

$$\sum_{i=1}^{n}\Delta P_i=\sum_{i=1}^{n}\frac{\partial(\Delta P)}{\partial P_i}\Delta P_i+\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}B_{ij}\Delta P_i\Delta P_j ,$$

откуда $$\sum_{i=1}^{n}\left(1-\frac{\partial(\Delta P)}{\partial P_i}\right)\Delta P_i=\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}B_{ij}\Delta P_i\Delta P_j . \qquad \text{(c)}$$

Рассмотрим пространство (*n*+1) измерений, в котором *n* измерений соответствуют приращениям ΔP_i мощностей *n* станций, а (*n*+1)-е измерение – перерасходу затрат ΔB. За начало координат в этом пространстве выберем точку, соответствующую оптимальному режиму, считая его известным. Перерасход ΔB представит собой некоторую поверхность, имеющую минимум в начале координат (см. рис.) Переменные ΔP_i образуют также некоторую поверхность рассматриваемого пространства. При анализе величины ΔB можно рассматривать только точки, для которых выполняется

условие баланса мощностей, т.е. точки, лежащие внутри области пересечения поверхностей.

Предположим, что вокруг точки оптимального решения описана сфера радиусом ρ, величина которого $\rho=\sqrt{\sum_{i=1}^{n}\Delta P_i^2}$.

Пусть величина затрат $\Delta B_{\max}\le M\rho^2$, где *M* – число, подлежащее определению.

Если радиус сферы выбрать из равенства $M\rho^2=\varepsilon$, то для всех ΔP_i, лежащих внутри этой сферы, суммарный перерасход затрат в энергосистеме не будет превышать величину ε: $\Delta B\le\varepsilon$.

Тем самым функция $\rho=\sqrt{\varepsilon/M}$ определит размер сферической окрестности, полностью лежащий внутри области равноэкономичных (с точностью до ε) режимов. Чтобы найти эту функцию, надо определить величину *M*, оценивающую рост изменения затрат с увеличением радиуса сферы.

Оценим максимум ΔB .

$$\Delta B=\sum_i\Delta B_i=\sum_i\left(b_{i0}\Delta P_i+\gamma_i\Delta P_i^2\right). \qquad \text{(d)}$$

Так как в точке, соответствующей оптимальному режиму,

$b_{i0}=\mu_c\left[1-\partial(\Delta P)/\partial P_i\right]$,

то
$$b_{i0}\Delta P_i=\mu_c\left[1-\partial(\Delta P)/\partial P_i\right]\Delta P_i ;$$
$$\sum_i b_{i0}\Delta P_i=\mu_c\sum_i\left[1-\partial(\Delta P)/\partial P_i\right]\Delta P_i .$$

Принимая во внимание равенство (c), запишем

$$\sum_i b_{i0}\Delta P_i=\mu_c\sum_i\sum_j B_{ij}\Delta P_i\Delta P_j .$$

Подставляя в (d), найдем

$$\Delta B=\mu_c\sum_i\sum_j B_{ij}\Delta P_i\Delta P_j+\sum_i\gamma_i\Delta P_i^2 . \qquad \text{(e)}$$

Оценивая первое слагаемое, из множества B_{ij} выберем максимальный коэффициент потерь $B_{\max}$. Тогда очевидно

$$\sum_i B_{ij}\le(n-1)B_{\max}$$

и $$\mu_c\sum_i\sum_j B_{ij}\Delta P_i\Delta P_j\le\mu_c(n-1)B_{\max}\sum_i\Delta P_i^2 .$$

Оценивая второе слагаемое, также из множества коэффициентов γ выберем максимальный, тогда

$$\sum_i \gamma_i \Delta P_i^2 \le \gamma_{\max} \sum_i \Delta P_i^2 .$$

В результате выражение (е) может быть записано

$$\Delta B \le \left[\mu_c (n-1) B_{\max} + \gamma_{\max}\right] \sum_i \Delta P_i^2 .$$

При $\sum_i \Delta P_i^2 \le \rho^2$ и $\Delta B \le M\rho^2$ искомая величина *M* определится

$$M = \mu_c (n-1) B_{\max} + \gamma_{\max} ,$$

а радиус области равноэкономичных (с точностью до ε) режимов

$$\rho = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu_c (n-1) B_{\max} + \gamma_{\max}}} . \qquad (13)$$

Полученное выражение позволяет проанализировать влияние параметров системы и режима на величину радиуса оцениваемой области равноэкономичных режимов. Если задаваться значениями ε, то при известных параметрах оптимального режима и системы (*B*, γ, μ) можно найти зависимость $\rho(\varepsilon)$ или обратную ей зависимость $\varepsilon(\rho)$. При известных характеристиках $\rho(\varepsilon)$ или $\varepsilon(\rho)$ возможны 2 задачи:

1) если известны отклонения мощностей станций от их оптимальных значений ΔP_i, то можно определить радиус $\rho = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} \Delta P_i^2}$, а затем величину получающегося при таких отклонениях мощностей перерасхода затрат в энергосистеме ε;

2) если задаться величиной перерасхода затрат ε, то по величине радиуса ρ можно найти отклонения мощностей станций, при которых перерасход затрат не превысит заданной величины.

Оптимальное распределение потоков мощности в замкнутых контурах электрической сети (Идельчик, гл.13)

Взаимосвязь между расчетом установившегося режима и его оптимизацией

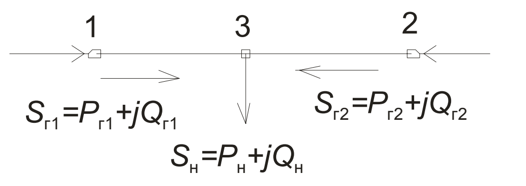
При расчете установившегося режима в курсе «МЗ» не было никаких неопределенностей, напряжения узлов сети рассчитывались, исходя из заданных параметров схемы в виде матрицы узловых проводимостей и из заданных значений токов или мощностей нагрузок или генераторов. Тогда как же ставить оптимизационную задачу, какие параметры можно варьировать? Поясним этот момент.

Имеем систему уравнений вида **W(Z)=0 или W(Z,Y)=0**, описывающих установившийся режим. Параметры режима **Z** делятся на независимые **Y** и зависимые **X**. Число уравнений установившегося режима 2*n* равно числу зависимых параметров режима **X** (комплексных напряжений в узлах). Общее число параметров режима **Z** m, входящих в уравнение, больше 2*n* – числа этих уравнений. Такие системы уравнений называются *недоопределенными*. Избыточными переменными являются независимые переменные, ими могут быть именно узловые проводимости, токи или мощности нагрузок или генераторов или их составляющие, производные величины.

Избыток числа переменных по сравнению с числом уравнений равен *m*-2*n* и физически означает, что эл-эн система имеет *m*-2*n* степеней свободы. Наличие свободы позволяет регулировать режим.

Рассмотрим это на простом примере.

Пусть имеется система из двух генераторных станций и одного нагрузочного узла (см. рис.).



Пусть имеется система из двух генераторных станций и одного нагрузочного узла (см. рис.).

Допустим, что уравнений установившегося режима имеют вид баланса мощностей для нагрузочного узла.

$$P_{Г1} + P_{Г2} - P_{Н} = 0$$

$$Q_{Г1} + Q_{Г2} - Q_{Н} = 0$$

Нагрузки в третьем узле заданы. Тогда 2 уравнения баланса содержат 4 переменные. Этот баланс можно удовлетворить при разных сочетаниях мощностей $P_{Г1}, P_{Г2}, Q_{Г1}, Q_{Г2}$. Две из них можно задавать произвольно в пределах допустимого, тогда 2 других определяться из уравнений баланса. В данном случае имеются 2 степени свободы.

допустимые и оптимальные режимы

Реально степени свободы определяются возможностью регулирования активных и реактивных мощностей электростанций, наличием регулируемых трансформаторов , возможностью отключения и включения оборудования и т.д. Именно наличие степеней свободы определяет существование множества возможных решений, из которых нас могут интересовать только допустимые, при которых параметры режима остаются в допустимых пределах. Цель управления – среди допустимых режимов найти наиболее экономичный, т.е. оптимальный режим.

Чем больше степеней свободы, тем лучшее оптимальное решение можно найти, но и тем труднее его отыскать, т.к. одновременно усложняется задача.

Расчет УР

При фиксированных степенях свободы, т.е. при фиксированных, иначе говоря, известных независимых параметрах расчет режима представляет собой задачу расчета установившегося режима, что мы и делали в курсе «МЗ».

Зависимые и независимые переменные

Разделение параметров на зависимые и независимые при расчете УР определяется постановкой задачи и способом задания исходных данных. Напомним, для генераторных узлов независимыми параметрами являются, как правило, активная мощность и модуль напряжения, зависимыми – реактивная мощность и фаза напряжения. Для нагрузочных узлов независимые переменные – активная и реак-

реактивная составляющая мощности нагрузки, зависимые – модуль и фаза напряжения.

При оптимизации режима электрической сети за счет наличия степеней свободы параметров режима выбирают такие их значения, которые обеспечивают наименьшие суммарные потери активной мощности в сети

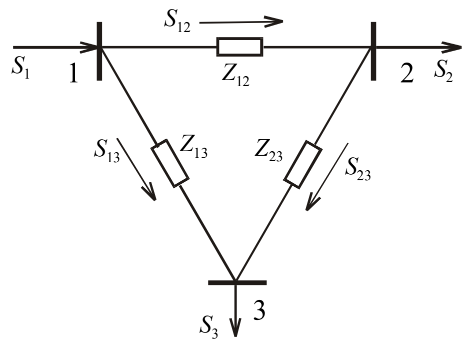
Оптимизация распределения мощностей в замкнутом контуре

Постановка задачи

Будем считать, что в узлах сети заданы неизменные токи к нагрузкам и от генераторов, т.е. уравнения установившегося режима линейны. Если в узлах заданы мощности, то токи определим через номинальное напряжение:

$$J_k = \frac{\overset{*}{S}_k}{\sqrt{3}U_{\text{ном}}}. \qquad (а)$$

Тем не менее, решать задачу оптимального распределения мощностей удобнее через мощности, поэтому в уравнениях перейдем к мощностям, домножив обе части уравнений на $\sqrt{3}U_{\text{ном}}$.



Найдем распределение мощностей в сети на рисунке, соответствующее наименьшим потерям активной мощности в сети

$$\Delta P \to \min, \qquad (б)$$

при выполнении ограничений-равенств по первому закону Кирхгофа для узлов 2 и 3:

$$S_{12} - S_{23} = S_2; \quad S_{13} + S_{23} = S_3 \qquad (в)$$

или для активных и реактивных мощностей

$$P_{12} - P_{23} = P_2; \quad P_{13} + P_{23} = P_3; \quad Q_{12} - Q_{23} = Q_2; \quad Q_{13} + Q_{23} = Q_3 \qquad (г)$$

Потери активной мощности в сети с учетом (а) равны

$$\Delta P = \frac{S_{12}^2}{U_{\text{ном}}^2} r_{12} + \frac{S_{23}^2}{U_{\text{ном}}^2} r_{23} + \frac{S_{13}^2}{U_{\text{ном}}^2} r_{13}.$$

Условие минимума потерь запишем так:

$$\min \Delta P = \min\left(\frac{P_{12}^2 + Q_{12}^2}{U_{\text{ном}}^2} r_{12} + \frac{P_{23}^2 + Q_{23}^2}{U_{\text{ном}}^2} r_{23} + \frac{P_{13}^2 + Q_{13}^2}{U_{\text{ном}}^2} r_{13} \right) \qquad (д)$$

(д)=ЦФ, (г)=ограничения-равенства. Формулировка задачи в виде (г,д) –одна из самых простейших.

Система ограничений (г) содержит 6 неизвестных перетоков активной и реактивной мощности и 4 уравнения, т.е. 2 степени свободы

Напомним, что при расчете УР кроме комплексных уравнений (в) по 1 закону Кирхгофа еще записывалась уравнений по 2 закону Кирхгофа для замкнутого контура. Тогда степеней свободы нет, нет возможности регулировать потери мощности в сети.

Решение методом дифф. исчисления

Для решения задачи методом дифференциального исчисления нужно в уравнениях-ограничениях оставить только 2 неизвестных величины. Поэтому выразим $P_{23}, P_{13}, Q_{23}, Q_{13}$ через P_{12}, Q_{12} и заданные нагрузки в узлах:

$$P_{23} = P_{12} - P_2;$$
$$P_{13} = -P_{12} + P_2 + P_3;$$
$$Q_{23} = Q_{12} - Q_2;$$
$$Q_{13} = -Q_{12} + Q_2 + Q_3$$

Подставим полученные выражения в ЦФ (д)

$$\Delta P = \frac{P_{12}^2 + Q_{12}^2}{U_{\text{ном}}^2} r_{12} + \frac{(P_{12} - P_2)^2 + (Q_{12} - Q_2)^2}{U_{\text{ном}}^2} r_{23} + \frac{(-P_{12} + P_2 + Q_3)^2 + (-Q_{12} + Q_2 + Q_3)^2}{U_{\text{ном}}^2} r_{13}$$

Теперь задача определения экстремума функции 6 неизвестных с ограничениями свелась к задаче отыскания экстремума функции 2 переменных без ограничений.

Экстремум находим из условия равенства нулю частных производных от ЦФ по переменным P_{12}, Q_{12}.

$$\frac{\partial \Delta P}{\partial P_{12}} = \frac{1}{U_{\text{ном}}^2}\left[2P_{12}r_{12} + 2(P_{12} - P_2)r_{23} - 2(-P_{12} + P_2 + P_3)r_{13}\right] = 0$$

$$\frac{\partial \Delta P}{\partial Q_{12}} = \frac{1}{U_{\text{ном}}^2}\left[2Q_{12}r_{12} + 2(Q_{12} - Q_2)r_{23} - 2(-Q_{12} + Q_2 + Q_3)r_{13}\right] = 0$$

Раскрыв скобки и выразив неизвестные, получим аналитические выражения для оптимальных потоков мощности P_{12}, Q_{12}

$$P_{12} = \frac{P_2(r_{23} + r_{13}) + P_3 r_{13}}{r_{12} + r_{23} + r_{13}}; \qquad (14а)$$

$$Q_{12} = \frac{Q_2(r_{23} + r_{13}) + Q_3 r_{13}}{r_{12} + r_{23} + r_{13}}. \qquad (14б)$$

Из сравнения условий 14а и 14б следует, что минимум потерь активной мощности в рассматриваемой замкнутой сети соответствует распределению мощностей в сети только с активными сопротивлениями ветвей. Это распределение называется экономическим.

Решение методом неопр.

Решим эту же задачу методом НМЛ. Т.е. ЦФ – уравнение (б). Введем дополнительное допущение, что потоки реактивной мощности отсут-

множителей Лагранжа

ствуют. Это означает, что в узлах 2 и 3 имеет место полная компенсация реактивной мощности. Тогда задача формулируется несколько иначе: определить

$$\min \Delta P = \min\left(\frac{P_{12}^2}{U_{\text{ном}}^2} r_{12} + \frac{P_{23}^2}{U_{\text{ном}}^2} r_{23} + \frac{P_{13}^2}{U_{\text{ном}}^2} r_{13}\right) \qquad (\text{д}1)$$

при выполнении ограничений-равенств

$$\begin{aligned} &P_{12} - P_{23} = P_2; \\ &P_{13} + P_{23} = P_3 \end{aligned} \qquad (\text{г}1)$$

Функция Лагранжа

$$L = \frac{P_{12}^2}{U_{\text{ном}}^2} r_{12} + \frac{P_{23}^2}{U_{\text{ном}}^2} r_{23} + \frac{P_{13}^2}{U_{\text{ном}}^2} r_{13} + \lambda_1\left(P_{12} - P_{23} - P_2\right) +$$
$$+ \lambda_2\left(P_{13} + P_{23} - P_3\right) = 0$$

В функции 5 переменных: 3 потока мощности и 2 множителя Лагранжа. Решаем, приравнивая 0 частные производные по всем переменным:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial L}{\partial P_{12}} = \dfrac{2P_{12} r_{12}}{U_{\text{ном}}^2} + \lambda_1 = 0; \\ \dfrac{\partial L}{\partial P_{23}} = \dfrac{2P_{23} r_{23}}{U_{\text{ном}}^2} - \lambda_1 + \lambda_2 = 0; \\ \dfrac{\partial L}{\partial P_{13}} = \dfrac{2P_{13} r_{13}}{U_{\text{ном}}^2} - \lambda_2 = 0; \\ \dfrac{\partial L}{\partial \lambda_1} = P_{12} - P_{23} - P_2 = 0; \\ \dfrac{\partial L}{\partial \lambda_2} = P_{13} + P_{23} - P_3 = 0. \end{cases}$$

Из трех первых уравнений системы исключим множители Лагранжа, получим уравнение, соответствующее 2 закону Кирхгофа (*$U_{\text{ном}}$)

$$P_{12} r_{12} + P_{23} r_{23} - P_{13} r_{13} = 0 .$$

Подставим P_{23} из 4-го уравнения и P_{13} из 5-го с учетом P_{23} из 4-го

$$P_{12} r_{12} + \left(P_{12} - P_2\right) r_{23} - \left(-P_{12} + P_2 + P_3\right) r_{13} = 0 .$$

Раскрываем скобки, выражаем P_{12}, получаем выражение, соответствующее условию (14а).

Поскольку реактивная мощность входит в выражения аналогично активной, то условие (14б) может быть записано по аналогии.

Таким образом, решение задачи методом дифференциального исчисления и методом неопределенных множителей Лагранжа дает одинаковый результат, что подтверждает правильность решения и возможность применения любого метода.

Оптимизация распределения мощностей в сложной сети

Запишем соответствующие выражения для сложной сети в матричном виде для случая отсутствия потоков реактивной мощности.

Потери мощности в линиях в матричной форме запишутся следующим образом:

$$\Delta P = \frac{1}{U_{\text{ном}}^2} \mathbf{P}_{\text{в}}^{\text{т}} \mathbf{R}_{\text{в}} \mathbf{P}_{\text{в}} ,$$

где $\mathbf{P}_{\text{в}}$ – вектор-столбец потоков активных мощностей в ветвях, $\mathbf{R}_{\text{в}}$ – диагональная матрица активных сопротивлений ветвей.

Для сети, рассмотренной в предыдущем примере, потери мощности в матричном развернутом виде запишутся

$$\Delta P = \frac{1}{U_{\text{ном}}^2} \left\| P_{12} \;\; P_{23} \;\; P_{13} \right\| \cdot \begin{Vmatrix} r_{12} & 0 & 0 \\ 0 & r_{23} & 0 \\ 0 & 0 & r_{13} \end{Vmatrix} \cdot \begin{Vmatrix} P_{12} \\ P_{23} \\ P_{13} \end{Vmatrix} .$$

Уравнения-ограничения по 1 закону Кирхгофа в матричной форме имеют вид

$$\mathbf{M}\mathbf{P}_{\text{в}} = \mathbf{P} ,$$

где $\mathbf{P}$ – вектор-столбец активных мощностей в узлах, $\mathbf{M}$ – первая матрица инциденций, в которой n-1 строк (n узлов), m столбцов (m ветвей).

Для сети в примере

$$\begin{Vmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & -1 \end{Vmatrix} \cdot \begin{Vmatrix} P_{12} \\ P_{23} \\ P_{13} \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} P_2 \\ P_3 \end{Vmatrix} .$$

Задача оптимизации: определить

$$\min \Delta P = \frac{1}{U_{\text{ном}}^2} \mathbf{P}_{\text{в}}^{\text{т}} \mathbf{R}_{\text{в}} \mathbf{P}_{\text{в}}$$

при выполнении условия $\mathbf{M}\mathbf{P}_{\text{в}} = \mathbf{P}$.

В математическом плане – это задача квадратичного программирования. Запишем функцию Лагранжа в матричном виде:

$$L = \frac{1}{U_{\text{ном}}^2} \mathbf{P}_{\text{в}}^{\text{т}} \mathbf{R}_{\text{в}} \mathbf{P}_{\text{в}} + \boldsymbol{\lambda}^{\text{т}}\left(\mathbf{M}\mathbf{P}_{\text{в}} - \mathbf{P}\right),$$

где λ – вектор-столбец множителей Лагранжа.

Производим дифференцирование функции Лагранжа по вектор-столбцам $\mathbf{P}_{\text{в}}$ и λ.

При взятии производных учитываем, что

$$\frac{\partial\left(\mathbf{X}^{\mathrm{T}}\mathbf{C}\right)}{\partial\mathbf{X}}=\mathbf{C}^{\mathrm{T}};\qquad\frac{\partial\left(\mathbf{C}^{\mathrm{T}}\mathbf{X}\right)}{\partial\mathbf{X}}=\mathbf{C};\qquad\left(\mathbf{C}^{\mathrm{T}}\mathbf{A}\right)^{\mathrm{T}}=\mathbf{A}^{\mathrm{T}}\mathbf{C}$$

$$\frac{\partial L}{\partial\mathbf{P}_{\text{в}}}=\frac{1}{U_{\text{ном}}^{2}}\left(\mathbf{R}_{\text{в}}^{\mathrm{T}}\mathbf{P}_{\text{в}}+\mathbf{P}_{\text{в}}^{\mathrm{T}}\mathbf{R}_{\text{в}}\right)+\boldsymbol{\lambda}^{\mathrm{T}}\mathbf{M}=\frac{1}{U_{\text{ном}}^{2}}2\mathbf{R}_{\text{в}}^{\mathrm{T}}\mathbf{P}_{\text{в}}+\mathbf{M}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\lambda}=0$$

$$\frac{\partial L}{\partial\boldsymbol{\lambda}}=\mathbf{M}\mathbf{P}_{\text{в}}-\mathbf{P}=0$$

Из первого уравнения выразим $\mathbf{P}_{\text{в}}$

$$\mathbf{P}_{\text{в}}=-\frac{U_{\text{ном}}^{2}}{2}\mathbf{R}_{\text{в}}^{-1}\mathbf{M}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\lambda},$$

индекс транспонирования опущен в силу симметричности матрицы $\mathbf{R}_{\text{в}}$

Подставим во второе и, учитывая $\mathbf{R}_{\text{в}}^{-1}=\mathbf{G}_{\text{в}}$, получим

$$-\frac{U_{\text{ном}}^{2}}{2}\mathbf{M}\mathbf{G}_{\text{в}}\mathbf{M}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\lambda}-\mathbf{P}=0.$$

Знаем, что матрица узловых проводимостей $\mathbf{G}_{\text{у}}=\mathbf{M}\mathbf{G}_{\text{в}}\mathbf{M}^{\mathrm{T}}$, тогда

$$-\frac{U_{\text{ном}}^{2}}{2}\mathbf{G}_{\text{у}}\boldsymbol{\lambda}-\mathbf{P}=0. \qquad (15)$$

Здесь λ – нормированный вектор столбец узловых напряжений, т.е. деленный на $-U_{\text{ном}}^{2}/2$.

Полученное уравнение – это уравнение узловых напряжений для сети только с активными сопротивлениями, отсюда следует, что задача оптимизации потоков в ветвях сложной сети сводится к решению уравнений узловых напряжений с активными сопротивлениями ветвей.

Повторив подобный вывод выражений, можно получить аналогичный результат для сложной сети, в которой потоки реактивной мощности не равны нулю.

Оптимизация режима питающей сети по реактивной мощности *Q*, напряжению *U*, коэффициентам трансформации *n*

Задача состоит в определении установившегося режима электрической сети, при котором были бы выдержаны технические ограничения и были бы минимальна потери активной мощности в сети

$$\Delta P\to\min.$$

В этой задаче заданы:

– активные мощности генераторных станций за исключением балансирующей;

– активные и реактивные мощности узлов нагрузок.

Ограничения-равенства в виде уравнений установившегося режима

$$\mathbf{W}(\mathbf{X},\mathbf{Y})=0$$

Ограничения неравенства на контролируемые величины

$$f_j-f_{j\max}\le 0;\qquad f_j-f_{j\min}\ge 0.$$

Эта задача может решаться как самостоятельная задача минимизации потерь мощности по *Q*, *U*, *n* в случаях, когда отсутствует резерв активной мощности и все активные мощности генераторных станций, кроме балансирующего, фиксированы на их наибольших значениях. Это задача нелинейного программирования.

Часто задача оптимизации по *Q*, *U*, *n* не может решаться в полном объеме из-за отсутствия технических средств регулирования и управления режимом. Может в системе не быть резерва реактивной мощности, отсутствуют или имеются в недостаточном количестве средства регулирования напряжения, иногда не очень надежно работают регуляторы напряжения на трансформаторах с РПН. Поэтому в инженерной практике чаще решают задачи оптимизации режима сети отдельно по *Q*, *U* и *n*. При этом соблюдается следующая иерархия задач:

1) регулирование уровня напряжения по сети;

2) снижение влияния неоднородности сети за счет регулирования комплексных коэффициентов трансформации;

3) размыкание сетей;

4) оптимальное распределение реактивной мощности между ее источниками.

Но здесь необходимо учитывать, что в некоторых случаях минимум частной задачи может приводить к увеличению потерь активной мощности во всей системе, т.е. условия минимумов частной и общей задача оптимизации по *Q*, *U* и *n* могут быть противоречивы.

Уровень напряжения в питающей сети

Регулирование напряжения в сети весьма целесообразно, поскольку его увеличение приводит к уменьшению потерь в сети. Примем, что потери в исходном режиме в относительных единицах $\Delta P=1$. При повешении напряжения на $\Delta U=\Delta U/U_{\text{ном}}$ потери

$$\Delta P_{\Delta U}=\frac{1}{\left(1+\Delta U\right)^{2}}.$$

Видно, что функция монотонно убывает при росте ΔU

Следовательно, поддержание рабочего напряжения в сети на предельно допустимом высшем уровне рационально с точки зрения снижения потерь активной мощности.

Уровни напряжения в энергетике выбираются из дискретного ряда значений. Вопрос об оптимальном напряжении питающей точки является достаточно сложным. В большинстве случаев номинальное напряжение сети не является оптимальным для данной потребительской установки.

Вычисление значения оптимального напряжения в узлах потребления энергии базируется на минимизации ущерба, вызванного отклонением номинального напряжения от оптимального.

После того, как будут определены близкие к оптимальным значения напряжений в узлах нагрузки, определяется оптимальное значение напряжения в питающей точке путем проведения расчетов по потокораспределению.

Остальные задачи

Снижение неоднородности сети, размыкание контуров сети – это мероприятия, позволяющие уменьшить потери активной мощности в сети. Задача состоит в том, чтобы изменить сечения проводов, применить устройства продольной компенсации, определить точки размыкания сети, добиваясь минимума потерь активной мощности в сети.

Оптимизация проводится с учетом дискретности переменных. Существуют компьютерные программы оптимизации, в которых расчет установившегося режима производится методом Ньютона по параметру (мы его знаем), а оптимизация сети выполняется градиентным методом с учетом ограничений-неравенств с помощью штрафных функций.

ЦФ выглядит следующим образом

$$\Psi = \Delta P + \sum_{i=1}^{n1} Ш_{iU} + \sum_{j=1}^{n2} Ш_{jQ} + \sum_{k=1}^{n3} Ш_{kn},$$

где *n*1 – число узлов в сети; *n*2 – число узлов, в которых можно регулировать реактивную мощность (с синхронными компенсаторами или с генераторами, вырабатывающими свободную реактивную мощность), *n*3 – число трансформаторов с регулируемым коэффициентом трансформации.

Таким образом, задача решается методом перебора при разных вариациях перечисленных параметров.

Оптимизация распределения реактивной мощности между ее источниками менее всего влияет на уменьшение потерь, поскольку в режимах больших нагрузок возможности изменения распределения реактивных мощностей очень малы, т.к. недостаточно ее резерва. В режимах малых нагрузок не получается значительного эффекта. Поэтому задача распределения реактивной мощности по существу сводится к наиболее полному использованию ближайших к месту потребления компенсирующих устройств, т.е. к уменьшению загрузки линий передач.

Оптимизация качественных показателей электроэнергии

Энергосистемы должны обеспечить всех своих потребителей энергией надлежащего качества. Существует ГОСТ по качеству электроэнергии, согласно которому вводятся несколько десятков параметров качества электроэнергии. Основными параметрами являются модуль напряжения в питающей точке и частота в энергосистеме. Наряду с этим, для каждой установки имеются технические пределы отклонений частоты и напряжения от номинальных значений, при нарушении которых устройство может быть повреждено или не сможет выполнить свое назначение. В указанных технических пределах изменения напряжения или частоты приводят к изменению экономичности работы установки.

Таким образом, для каждой установки имеется номинальное значение частоты и напряжения, оптимальное их значение, соответствующее минимуму затрат потребителя, и технические пределы отклонений от номинального значения.

Наилучшим решением задачи регулирования частоты и напряжений было бы поддержание у всех установок оптимальных для данной установки качественных показателей. Однако это потребовало бы неоправданно больших затрат, так как следовало бы иметь дорогие электрические сети, очень большое число специальных регулирующих устройств и пр. Поэтому приходится допускать отклонения от оптимальных значений качественных показателей. Чем больше допускаемые отклонения, тем меньше затраты в энергосистеме, но тем больше ущерб потребителей. Очевидно, что оптимальные отклонения соответствуют минимуму суммарных затрат.

Одна величина максимальных отклонений от оптимального значения качественного параметра еще не характеризует ущерба потребителей. Очень важными показателями являются число и длительность каждого отклонения.

Назовем **ущербом** потребителя от недостаточного качества напряжения разность его затрат при данном *U* (текущем) и оптимальном *Uo* значении напряжения. Разлагая в ряд значения затрат при данном напряжении *U,* получим выражение затрат за некоторый интервал времени при *U* =const:

$$З = З_0 + \frac{\partial З}{\partial U}\delta U + \frac{1}{2}\cdot\frac{\partial^2 З}{\partial U^2}\left(\delta U\right)^2 + \ldots,$$

где *З* и *Зо*– затраты при напряжении *U* и оптимальные затраты при $U=U_0$; $\delta U=U-U_0$; частные 'производные определяются при $U=U_0$

Ущерб за данный интервал времени

$$У = З - З_0 = \frac{\partial З}{\partial U}\delta U + \frac{1}{2}\cdot\frac{\partial^2 З}{\partial U^2}\left(\delta U\right)^2 + \ldots$$

Если затраты *З* при $U=U_0$ действительно минимальны, то $\partial З/\partial U = 0$. Учитывая это и пренебрегая высшими членами разложения, при малых значениях δU и $U= U_0$ получим

$$У = \frac{1}{2}\cdot\frac{\partial^2 З}{\partial U^2}\left(\delta U\right)^2 = \frac{1}{2}\cdot\frac{\partial^2 З}{\partial U^2}\left(U - U_0\right)^2.$$

Таким образом, величина ущерба пропорциональна квадрату отклонения напряжения от оптимального значения в данном интервале. Здесь предполагается, что в течение рассматриваемого интервала времени напряжение не изменяется. Обозначим коэффициент пропорциональности через

$$K = \frac{1}{2}\cdot\frac{\partial^2 З}{\partial U^2}, \quad \text{тогда} \quad У = K\left(U - U_0\right)^2$$

Ущерб за некоторый интервал времени

$$У_T = \int_0^T K\left(U-U_0\right)^2 dt\,. \qquad \text{(а)}$$

Раскрываем интеграл

$$У_T = K\int_0^T \left(U^2 - 2U_0U + U_0^2\right)dt =$$

$$= KT\left(\frac{1}{T}\int_0^T U^2 dt - \frac{2U_0}{T}\int_0^T U dt + U_0^2\right) \qquad \text{(б)}$$

Рассматривая напряжение как случайную величину, рассмотрим выражения для среднего напряжения $U_{\text{ср}}$ и дисперсии *D*(*U*):

$$U_{\text{ср}} = \frac{1}{T}\int_0^T U dt; \qquad D(U) = \frac{1}{T}\int_0^T \left(U - U_{\text{ср}}\right)^2 dt =$$

$$= \frac{1}{T}\int_0^T U^2 dt - \frac{2U_{\text{ср}}}{T}\int_0^T U dt + U_{\text{ср}}^2 = \frac{1}{T}\int_0^T U^2 dt - U_{\text{ср}}^2$$

Отсюда $\frac{1}{T}\int_0^T U^2 dt = D(U) + U_{\text{ср}}^2$. Подставим это выражение в (б)

$$У_T = KT\left[D(U) + U_{\text{ср}}^2 - 2U_0U_{cp} + U_0^2\right]$$

или

$$У_T = KT\left[D(U) + \left(U_{\text{ср}} - U_0\right)^2\right] = KT\left[D(U) + \left(\delta U_{\text{ср}}\right)^2\right], \qquad (16)$$

где $\delta U_{\text{ср}} = U_{\text{ср}} - U_0 = \frac{1}{T}\int_0^T \left(U - U_0\right)dt\,.$

Таким образом, ущерб представляет собой сумму двух составляющих. Одна пропорциональна дисперсии, другая – квадрату среднего отклонения напряжения от оптимального значения. Следовательно, уменьшить ущерб можно двумя путями: снижением отклонения напряжения от его среднего значения или снижением отклонения среднего значения от оптимального. Первое достигается путем применения специальных регулирующих устройств, второе – установкой правильного коэффициента трансформации трансформаторов, применением компенсирующих устройств.

Выражение 16 с учетом (а) сократим на *К* и разделим обе части на

T, получим

$$\frac{1}{T}\int_0^N \left(U - U_0\right)^2 dt = D(U) + \left[\frac{1}{T}\int_0^T \left(U - U_0\right)dt\right]^2$$

Для оценки дисперсии применяют интегральный вольтметр (см.рис.).

На выходах можно измерить оба интеграла, дисперсия – их разность.

Если известны дисперсия и квадрат отклонения среднего от оптимального значения напряжения, можно решить, какие мероприятия более актуальны для снижения ущерба.

Например, если измерения дали такую статистику:

$\frac{1}{T}\int_0^N \left(U - U_0\right)^2 dt = 25\%, \quad \frac{1}{T}\int_0^N \left(U - U_0\right)dt = 2\%$, тогда

D(*U*)=21%, основная доля ущерба (84%) вызвана большой отклоняемостью напряжения от своего среднего значения, т. е. большой дисперсией. При этом ущерб, связанный с отклонением среднего значения от оптимального значения, относительно невелик (16%)/

Мы рассмотрели некоторый обобщенный параметр напряжения сети. Чтобы произвести оптимизацию по какому-то конкретному параметру, нужно представить напряжение в виде ряда Фурье, где амплитуда, частота напряжения, время провала напряжения и т.п. могут быть параметрами, по которым производится оптимизация.

Оптимизация долгосрочных режимов энергосистемы

Текущее планирование режимов сис-

В эксплуатируемых энергосистемах текущее планирование является первой стадией решения режимных задач. Главная задача текущего планирования – получение основных рекомендаций об ис-

темы

пользовании энергоресурсов и мощностей системы на периоды от месяца до года, поэтому режимные задачи имеют характер долгосрочной оптимизации.

В общем случае решаются следующие основные задачи:

1) определение запасов гидроресурсов и оптимизация режима их использования;
2) определение топливных ресурсов системы и оптимизация топливоиспользования;
3) составление балансов мощности и энергии системы;
4) планирование капитальных ремонтов энергетического оборудования;
5) определение технико-экономических показателей работы системы и станций.

Каждая задача является оптимизационной и в значительной мере определяет экономические показатели системы.

Задачи долгосрочной оптимизации зачастую дают более значительный эффект, чем задачи кратковременной оптимизации. Например, оптимизация режима водохранилищ позволяет повысить выработку электроэнергии ГЭС на 5-10%, оптимизация капитальных ремонтов снижает на несколько процентов затраты на их проведение и позволяет существенно увеличить располагаемые мощности.

Особенностью алгоритмов долгосрочной оптимизации является следующее:

1) использование статистической информации, например, данные о нагрузках системы за прошедшие периоды, о различных показателях системы, ее оборудования, гидрологическая информация и т.п. (это выдвигает особые требования к накоплению и переработке статистической информации);
2) необходимость достаточно полного представления энергетической системы при решении задач текущего планирования: учитывать все виды электростанций, виды и марки топлива, варианты передачи энергопотоков и т.д.
3) периодическая корректировка, вызываемая уточнением и накоплением исходной информации;
4) многостадийность планирования, учет приоритета задач;
5) взаимовлияние задач краткосрочной и долгосрочной оптимизации.

Все это приводит к усложнению алгоритмов оптимизации.

Рассмотрим укрупненные алгоритмы некоторых задач.

Оптимизация режимов водохранилищ гидростанций

Вся задача строится поэтапно.

Начальная формулировка задачи: при заданной приточности воды в водохранилищах необходимо определить такой режим водохранилища ГЭС, при котором обеспечивается минимум расхода эксплуатационных издержек или топлива системы. Исходная информация, а именно: нагрузки системы, гидрограф, прочее прогнозируются на основании статистических данных. При поступлении новых прогнозов исходный режим корректируется. Корректировка обеспечивает связь долгосрочных и краткосрочных режимов. Сначала корректировку делают на месячном интервале времени, затем на декадном и, наконец, на суточном. Последовательные корректировки основаны на многократно повторяющихся оптимизационных расчетах.

На обобщении серий таких расчетов строятся диспетчерские графики. Они являются управляющими функциями и дают рекомендации об оптимальном ведении режима ГЭС. Если характерные для ГЭС условия изменяются, диспетчерские графики строят заново.

Особенностью задачи является то, что для больших периодов оптимизации режима приходится увеличивать и расчетные интервалы времени. Невозможно осуществить расчет годового регулирования режима водохранилища по часовым интервалам. При укрупнении интервалов снижается размерность задачи, что облегчает расчеты, но уменьшается достоверность информации.

При расчете суточного периода требуется учитывать влияние внутрисуточного изменения нагрузки (ночь), при расчете месячного – изменение нагрузки по дням недели (выходные, праздники), при расчете годового периода – сезонные изменения нагрузки (лето, зима).

Для энергетики нашей страны типично **каскадное** использование ресурсов рек (каскады ГЭС на Волге, Днепре, Ангаре). Это вносит особенности при оптимизации использования гидроресурсов.

Дополнительно должны быть учтены гидравлические связи – связи по расходу гидроресурса. Чем меньше объем водохранилища, вышележащих.тем сильнее связи, т.е. расходы нижележащих ГЭС зависят от расхода

Гидравлические связи имеют асинхронность, т.к. время добегания волны расхода от одной ГЭС до другой составляет несколько суток и зависит от множества факторов (приточность, уровень водохранилища, ветер, состояние водной поверхности и др.) Например, для Новосибирской ГЭС волна расхода в разных условиях проходит расстояние 200 км за время от 2 часов до 3 суток.

Задача оптимизации каскада ГЭС решается на уровне энергообъединения.

Гидроузлы чаще всего имеют комплексное назначение. Гидроресурсы водохранилищ используются в нескольких отраслях народного хозяйства. Тогда оптимизация уже не может осуществляться в интересах только одной отрасли, например, энергетики. Наиболее типичными задачами комплексного использования гидроузла являются две:

1) оптимальное распределение водных ресурсов между компонентами (отраслями) по минимуму эксплуатационных затрат комплекса, т.е.

$$И_к = И_э(W_г) + \sum_i И_i(W_г) \to \min ,$$

где $И_э(W_г)$ – эксплуатационные затраты по энергетике, которые зависят от объема используемых гидроресурсов $W_г$; $И_i(W_г)$ – эксплуатационные затраты *i*-той отрасли.

2) оптимизация нормируемых параметров регулирования водных ресурсов гидроузла (уровней, расходов, объемов воды). Критерием также являются эксплуатационные затраты, связанные с рас-

	сматриваемым оптимизируемым параметром $П_{вх}$ $$И_к = И_э(П_{вх}) + \sum_i И_i(П_{вх}) \to \min$$ Пока задача оптимизации режимов комплексных гидроузлов не решается систематически. Обычно она возникает в крайних ситуациях и решается специально. Пример: Волжский комплекс гидроузлов призван удовлетворять интересы энергетики, сельского хозяйства, водного транспорта, рыбного хозяйства, водоснабжения, санитарного состояния реки. Требования этих отраслей противоречивы. Для энергетики целесообразно использовать гидроресурсы зимой, для сельского хозяйства – летом, речного транспорта – весной, летом и зимой. В весеннее время для рыбного хозяйства необходимы паводковые воды для нерестилища рыбы. Однако незаполнение водохранилищ этими водами влечет серьезные проблемы для энергетики.

Оптимизация балансов условного и натурального топлива 1) по условному	В энергетике на всех уровнях производственного управления составляется баланс по условному и натуральному топливу. Потребность в условном топливе определяется, исходя из плановых значений выработки электроэнергии тепловыми станциями и удельных затрат условного топлива на киловатт-час электроэнергии. По потребностям в условном топливе можно определить потребность в натуральном топливе и составить баланс натурального топлива по системе. Если по условному топливу все тепловые станции равноправны, то по натуральному их возможности резко различаются. Наиболее качественным топливом является газ и продукты нефтепереработки. Тепловые станции, работающие на этих видах топлива, имеют более высокий к.п.д. В классической теории оптимизация режимов энергосистем ведется по условному топливу, что мы рассматривали для ТЭС. Для планирования квартального производства электроэнергии станциями, распределения топлива между ними с учетом складских запасов постановка задачи несколько видоизменяется: требуется найти $B_\Sigma = \sum_{i=1}^{n} \sum_{\nu=1}^{k} \sum_{t=1}^{l} B_{i\nu t} \to \min$, где $B_{i\nu t}$ – суммарный расход условного топлива на отпуск тепловой и электрической энергии на *i*-той электростанции на ν–том виде топлива на *t*-ый интервал времени при учете эквивалентных расходных характеристик и <u>ограничений</u> 1) по отпуску энергии и максимальным мощностям электростанций; 2) по балансу энергии в сети; 3) по балансу мощности в сети; 4) по межсистемным перетокам мощности; 5) по выполнению планов отпуска энергии и тепла; 6) по возможности снабжения электростанций топливом от заданных месторождений; 7) по поставкам контролируемого вида топлива (ограничения по дефицитным видам топлива);

	8) по емкости топливных складов – запас топлива должен быть не меньше страхового значения и больше емкости склада; 9) по разгрузочным возможностям топливно-транспортных цехов; 10) по запасам топлива на конец планируемого периода Решение производится градиентным методом.
2) по натуральному	Баланс по натуральному топливу может составляться с использованием метода линейного программирования. Для всех объектов задаются марки и виды топлива, возможные к использованию, технологические пределы по их использованию. ЦФ имеет вид $F = \sum_{ijt} B_{ijt} c_{ijt} \to \min$, где c_{ijt} – коэффициенты, учитывающие эффективность использования *j*-того вида топлива на *I*-той электростанции в интервал времени

	t. Они отражают цены на топливо, КПД его использования на станциях, конъюнктуру и др. Учитываются ограничения: –суммарный объем энергоресурсов должен обеспечить производство электроэнергии; – на определенные объекты должно поступать топливо определенного вида и количества; – поставки топлива должны быть положительные (требование метода линейного программирования).
Долгосрочное планирование балансов мощности и выработки энергии в системе	Эта задача решается, как правило, с годовой заблаговременностью, цели ее: оценка и планирование расхода топлива в энергосистеме; планирование капитальных ремонтов, межсистемных перетоков, ограничений по режимным параметрам и др. Имеется две основные модификации алгоритмов задачи: 1) расчет режимов по характерным суточным графикам нагрузки; 2) расчет только распределения потребления электрической энергии между станциями системы
Долгосрочная оптимизация балансов мощностей системы по типовым графикам нагрузки	Пусть имеется энергетическая система, имеющая ГЭС, ТЭС, КЭС. Для этой системы требуется запланировать состав и режим агрегатов по типовым графикам электрической нагрузки и определить расход топлива в системе. Рассмотрим ряд <u>допущений</u>, которые вполне оправданы, поскольку точность метода расчетов оказывается в противоречии с погрешностью исходной информации. 1) можно применить приближенные способы распределения нагрузки между ГЭС и ТЭС, причем ввиду экономичности ГЭС распределение идет по принципу максимального вытеснения ТЭС. 2) можно использовать нормативные характеристики удельных расходов топлива на ТЭЦ, следовательно, не решать задачу выбора состава их агрегатов. 3) ряд электростанций имеют вынужденный режим (ГЭС, АЭС, крупноблочные КЭС во время паводка), они в оптимизации не участвуют. 4) состав оборудования КЭС можно определить на основе библиотеки характеристик, построенных с использованием оптимизаци-

	онных методов. С учетом допущений задача формулируется так: <u>определить режим станций системы и выбрать состав оборудования КЭС по минимуму расхода топлива системы при выполнении всех ограничений</u>. ЦФ: $B=\sum_t B_t(\varphi_{\Gamma t},\varphi_{\mathrm{T}t},\varphi_{\mathrm{K}t})\to\min$, где $\varphi_{\Gamma t},\varphi_{\mathrm{T}t},\varphi_{\mathrm{K}t}$ – векторы параметров режима ГЭС, ТЭС, КЭС Уравнения связи: а) расходные характеристики КЭС *В*(*Р*), представленные в библиотеке и заданные для разного состава оборудования; б) характеристики удельных нормативных расходов топлива на электрическую энергию для ТЭЦ типа $b_{\text{уд}\,j}(P_j)$

46

	Ограничения: а) баланс мощности $P_t=\sum_i P_{\Gamma it}+\sum_j P_{\mathrm{Tj}t}+\sum_k P_{\mathrm{K}kt}\pm P_{\text{п}t}$, $P_{\text{пt}}$ – перетоки мощности из соседних систем. б) условие обеспечения резерва мощности $P_{\text{рез}}\le P_t-(\sum_i P_{\Gamma it}+\sum_j P_{\mathrm{Tj}t}+\sum_k P_{\mathrm{K}kt}\pm P_{\text{п}t})$ в) ограничения по допустимым мощностям станций; г) ограничения по среднеинтервальной и базовой выработкам ГЭС; д) ограничения по тепловой нагрузке ТЭЦ Метод оптимизации заключается в выборе наилучшей характеристики КЭС из библиотеки эквивалентных характеристик группы электростанций, определение вынужденного режима ТЭЦ и распределение нагрузки между ГЭС и ТЭС системы упрощенными методами. Задача решается в виде взаимосвязанного комплекса подзадач: 1. Определение режима ГЭС. (максим. вытеснение ТЭС в пиковых частях графика нагрузки системы – см. рис. Просто, большая погрешность, но приемлемо для практики). 2. Определение графика мощностей и показателей станций по вынужденному режиму. 3. Определение режима КЭС. Задача рассматривается как внутристанционная. График нагрузки без смены состава агрегатов выбирается из библиотеки по графику, полученному в задаче 1. 4. Распределение нагрузок между регулируемыми ТЭС системы. Подзадача возникает, если мощностей всех КЭС недостаточно для покрытия потребности в мощностях нагрузки. ТЭС с регулируемой мощностью загружаются в очередности, определяемой эквивалентной расходной характеристикой. Могут возникнуть дополнительные подзадачи, например, распределение мощности между ГЭС и ТЭС.
Долгосрочная оптимизация распределения выработки электрической	В этой задаче порядок расчета сохраняется таким же, как и в предыдущей, но рассматривается баланс энергии. Распределение производства электроэнергии осуществляется между регулируемыми ТЭС. (Принципиальная разница в 4-й подзадаче) Мы рассматривали задачу оптимизации для краткосрочных периодов. Поскольку интервалы времени независимы, то оптимизацию можно вести

энергии	по минимуму расхода условного топлива системы для каждого интервала в отдельности. B_i=idem.
Оптимальное планирование ремонтов энергетического оборудования	**Ремонт –** это работа по поддержанию оборудования в состоянии эксплуатационной готовности и сохранению им номинальной мощности и необходимых эксплуатационных качеств. Ремонты характеризуются высокой трудоемкостью (более половины экспл. состава энергослужб – ремонтные службы), высокой стоимостью, большой материалоемкостью. Различают капитальный, текущий и средний ремонт. *Капитальный* – полный анализ состояния, восстановление, модернизация. *Текущий* – для поддержания в рабочем состоянии между кап. ремонтами. Средний – расширенный текущий ремонт. Режимы энергосистем прямо зависят от того, какие агрегаты находятся в ремонте, в какое время осуществляется ремонт, какова его продолжительность. Это требует взаимосвязанного решения задач планирования балансов мощности в энергосистеме и проведения ремонта.

47

	Вводится понятие – *ремонтная площадь* годовых графиков максимальных мощностей, которая определяет возможности системы по выполнению ремонтов. На каждый календарный период в энергосистеме известна максимальная нагрузка и располагаемая мощность электростанции (см. рис.). Это дает возможность определить ремонтную площадку на годовом отрезке времени. Планирование ремонтов осуществляется в границах ремонтной площадки. Так планируются капитальные и средние ремонты. Текущие – в дни с пониженной нагрузкой (праздники, выходные).
Постановка задачи	Прежде чем приступить к поиску оптимального графика ремонтов, следует проверить достаточность ремонтной площадки – *достаточность зоны провала* по условию $S_{\text{рем}}\ge\sum_{i=1}^{n}P_i t_{\text{рем}\,i}\Big/k_{\text{пр}}$, где $k_{\text{рем}}$ =0,85 – коэффициент полезного использования площади провала. Если ремонтная площадка мала, либо уменьшают объем ремонтных работ, что вызывает снижение надежности оборудования, либо вводятся ограничения (лимиты) мощности для потребителей. Критерием оптимальности при составлении графиков кап. и ср. ремонтов являются затраты, включающие затраты на кап. ремонт и на топливо в системе. При заданном объеме ремонтных работ затраты на их выполнение можно считать не зависящими от времени проведения ремонта, тогда критерием оптимизации будет минимум расхода топлива при прочих равных условиях. Особенность задачи – дискретность переменных. ЦФ: $B_t=\sum_i B_{ti}(P_{ti})(1-x_{ti})\to\min$. Здесь x_{ti} – вспомогательная переменная, равная 1, если агрегат в ремонте, и равная 0, если он не ремонтируется. Дополнительная нагрузка, образовавшаяся за счет вывода в ремонт оборудования, должна быть распределена на работающие агрегаты, что нужно учесть в расходных характеристиках.

	Ограничения: - по заданной длительности ремонта каждого агрегата, - по максимальному числу агрегатов, которые м.б. в ремонте на t-м интервале, - по максимально возможному снижению располагаемой мощности, - по одновременному ремонту агрегатов одной группы. Решение поставленной задачи осуществляется с применением комбинаторных методов, в которых рассматриваются варианты возможных комбинаций вывода в ремонт групп агрегатов. Число возможных вариантов n^m (*n*–число интервалов, *m* – число агрегатов, выводимых в ремонт). Сокращение числа вариантов достигается применением направленного перебора с использованием приоритетной последовательности вывода агрегатов в ремонт и с у четом ограничений. Или метод ветвей и границ.